

## SISTEMAS COMPLETOS DE DEMANDA PARA LA ECONOMÍA ESPAÑOLA

María José LORENZO\*

*Universidad Complutense de Madrid. Fundación Empresa Pública*

*En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en la estimación de tres sistemas completos de demanda alternativos haciendo uso de los datos trimestrales agregados que están disponibles para la economía española. Además de contrastar las propiedades exigidas por la Teoría de la Demanda a este tipo de sistemas, se han analizado distintas especificaciones dinámicas de los mismos, y se han validado empíricamente de acuerdo con los criterios de ausencia de correlación serial, exogeneidad de las variables explicativas y estabilidad intramuestral de los parámetros estimados. Los resultados finales muestran que, de los tres sistemas, sólo el LES verifica todas las restricciones teóricas y empíricas exigidas a estos modelos.*

### 1. Introducción

El objetivo de este trabajo consiste en estimar, con los datos disponibles de la economía española, tres de los modelos que cuentan con una mayor tradición en la literatura sobre sistemas completos de demanda: 1) el sistema Lineal de Gasto (LES), 2) el modelo de Rotterdam (ROT) y 3) el conocido como sistema «casi ideal» de demanda (AIDS).

La selección inicial de estos modelos, y su posterior estimación, se ha llevado a cabo con un doble propósito: por una parte, se pretende examinar la adecuación de los distintos supuestos implícitos en cada uno de los modelos en relación el tipo de función que representa las preferencias del consumidor medio entre combinaciones de bienes alternativas; por otra, se pretenden obtener estimaciones de los parámetros que son necesarios para poder computar las elasticidades precio y gasto de los distintos bienes considerados, con un grado de precisión suficientemente aceptable.

En consonancia con este doble propósito, dentro del marco teórico particular establecido para cada modelo, se han estimado algunas especificaciones alternativas de los mismos deducidos, básicamente, al incorporar un comportamiento dinámico en las ecuaciones de demanda. Para limitar en parte los aspectos subjetivos que necesariamente se asocian a todo proceso de especificación eco-

\* Agradezco los numerosos comentarios que Iñaki Mauleón y Julio Segura han hecho a sucesivas versiones de este trabajo, así como las sugerencias recibidas de un evaluador anónimo, que han permitido mejorar ciertos aspectos del original.

nométrica, los modelos han sido sometidos a una amplia batería de contrastes de validación, cuyos resultados, son considerados como un criterio básico de selección entre formas funcionales alternativas.

En los modelos ROT y AIDS, a pesar de las limitaciones a las que se ve sometido su análisis, por la escasez de grados de libertad con la que éste debe llevarse a cabo, los resultados que se deducen en los contrastes de validación se consideran, además, como una guía de cierta utilidad al tratar de examinar cuál es el origen posible de las inconsistencias teóricas detectadas en los resultados que para dichos modelos se obtienen; en particular, se trata de analizar la posibilidad de que tales inconsistencias estén originadas por la presencia de ciertos errores cometidos en la especificación de los sistemas, ya sea en la parte estocástica de las ecuaciones de demanda, o en la determinística.

La organización del trabajo es la siguiente: en la sección 2 se exponen los tres sistemas elegidos para ser estimados con los datos de la economía española; puesto que se trata de unos modelos sobradamente conocidos, en esta sección no se pretende desarrollar un análisis exhaustivo de los mismos, ya que existe una amplia literatura en torno a ellos. En la sección 3 se indican algunos de los principales problemas que han surgido con los datos de gasto y precios empleados en la estimación, detallándose las soluciones adoptadas frente a ellos, y los métodos de estimación empleados. En la sección 4 se presentan los resultados de la estimación y los contrastes de validación realizados en cada modelo; dentro de ésta, en primer lugar se analizan los modelos ROT y AIDS como componentes de una familia más amplia de sistemas completos de demanda, conocida como «Formas Funcionales Flexibles» (FFF). El LES se trata posteriormente dentro del marco establecido por un modelo dinámico general que conserva, sin embargo, todas las restricciones del LES estático desde el punto de vista teórico. Por último, en la sección 5 se resumen las principales conclusiones obtenidas en el análisis.

## 2. Modelos Estimados

Dentro de la clase de modelos que permiten agregar exactamente entre consumidores y, por tanto, son consistentes con el tipo de datos empleados en este trabajo, los sistemas que se toman como hipótesis mantenida en la estimación vendrán expresados, en cada caso, por  $n$  funciones de demanda de la siguiente forma:

a) *Modelo de Rotterdam* (ROT)<sup>1</sup>:

$$W_{it}^* Dx_{it} = b_i D \bar{M}_t + \sum_{j=1}^n \pi_{ij} D q_{jt} + \alpha_i Q_{it} + \varepsilon_{it}, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{matrix} \quad [1]$$

<sup>1</sup> Véase Barten (1969) y Theil (1965) para un análisis detallado.

b) *Sistema Casi Ideal* (AIDS)<sup>2</sup>:

$$W_{it} = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}D_{it} + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log q_{jt} + \beta_i \log (M/P)_t + \varepsilon_{it} \quad [2]$$

$$\log P_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \log q_{it} + 1/2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log q_{it} \log q_{jt}, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{matrix} \quad [3]$$

c) *Sistema Lineal de Gasto* (LES)<sup>3</sup>:

$$W_{it} = \gamma_{it}^*(q_{it}/M_t) + \beta_i \left\{ 1 - \sum_{j=1}^n \gamma_{jt}^*(q_{jt}/M_t) \right\} + \varepsilon_{it} \quad [4]$$

$$\gamma_{it}^* = \gamma_{i0} + \gamma_{i1}D_{it} + \gamma_{iH} \cdot X_{it-1} + \gamma_{ig} \cdot t \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ t = 1, \dots, T \end{matrix}$$

donde:

$x_{it}$  = cantidad del bien  $i$  demandada en el período  $t$ ,

$q_{it}$  = precio unitario de  $i$  en  $t$ ,

$M_t = \sum_{i=1}^n q_{it}x_{it}$ , gasto total (renta) realizado en  $t$ ,

$W_{it} = q_{it}x_{it}/M_t$ , participación unitaria en el gasto total del bien  $i$  en el período  $t$ ,

$W_{it}^* = (W_{it} + W_{it-1})/2$ , participación media del bien  $i$  en el gasto total entre dos períodos sucesivos,

$D\bar{M}_t = \sum_{i=1}^n W_{it}^* D x_{it}$ , índice de volumen de Divisa que sirve para aproximar la tasa de variación en el nivel de renta real, siendo  $D$  el operador de primeras diferencias logarítmicas,

$Q_{it}$ ,  $D_{it}$  son variables «dummies» artificiales de tipo estacional<sup>4</sup>,

$b_i$ ,  $\pi_{ij}$ ,  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{i1}$ ,  $\gamma_{ij}$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_{it}^*$  son parámetros desconocidos,

$\gamma_{i0}$ ,  $\alpha_{i0}$  son constantes,

$\varepsilon_{it}$  es una perturbación aleatoria.

Desde el punto de vista teórico, mientras que el LES se deduce al solucionar un problema de optimización restringida para un consumidor cuyas preferencias se suponen representadas por una función de utilidad cuasi-homotética y aditivamente separable, los modelos ROT y AIDS se incluyen dentro de una categoría más amplia de sistemas de demanda, conocida como Formas Funcionales Flexibles que, deducidos como aproximaciones de primer o segundo orden a cualquier sistema de demanda genérico, no imponen las restricciones asociadas al LES sobre las preferencias de los consumidores. En consecuencia, estos

<sup>2</sup> Véase Deaton y Muellbauer (1980).

<sup>3</sup> Véase Klein y Rubin (1948), Stone (1954).

<sup>4</sup> Véase en sección 3 su definición.

últimos modelos permiten examinar las respuestas precio flexibles de la demanda, a cambio de incorporar, frente al LES, un número de parámetros considerablemente superior. Dicha posibilidad, ha sido aprovechada con el fin de contrastar empíricamente las propiedades exigidas por la teoría de la demanda para garantizar la integrabilidad de sistemas estimados en una función de gasto cóncava. Concretamente, en cada uno de los modelos se contrastan las propiedades de:

a) *Homogeneidad*

$$\text{— AIDS: } \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0$$

$$\text{— ROT: } \sum_{j=1}^n \pi_{ij} = 0$$

b) *Simetría*

$$\text{— AIDS: } \gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (i, j = 1, \dots, n)$$

$$\text{— ROT: } \pi_{ij} = \pi_{ji} \quad (i, j = 1, \dots, n)$$

c) *Negatividad*

$$\text{— AIDS: } (S_{ij}) \text{ semidefinida negativa de orden } (n - 1)$$

$$\text{— ROT: } (\pi_{ij})_{n \times n} \text{ semidefinida negativa de orden } n - 1.$$

Propiedades que, en el LES, están garantizadas a priori por formar parte de la hipótesis mantenida en la estimación.

### 3. Datos y estimación

Los datos que se emplean en la estimación son series trimestrales no ajustadas de gasto medio por persona en bienes de consumo final, e índices de precios al consumo.

La información relativa al gasto se obtiene de la Encuesta Permanente de Consumo (EPC) elaborada por el Instituto Nacional de Estadística (INE) para el período 1977(II)-1983(IV); los precios, son los que se incluyen en el Índice de Precios al Consumo (IPC) que, con base en 1976, elabora igualmente el INE.

Para suavizar en parte los problemas metodológicos que origina el reducido tamaño de la muestra disponible en la estimación de los sistemas completos de demanda y, particularmente, de los modelos ROT y AIDS, se han agregado las 9 categorías de gasto que se contemplan inicialmente en la EPC en sólo cuatro, tal como se indica en el cuadro A1.

Previo a la estimación, el análisis univariante de las cuatro series de gasto y, concretamente, de las participaciones unitarias en el gasto total de cada catego-

ría ( $W_{it}$ ) que definen las variables endógenas de los modelos LES y AIDS, revela que, como es normal con los datos trimestrales, su evolución está dominada por un componente cíclico de tipo estacional bastante acusado<sup>5</sup> para captar dicho componente, se ha incluido entre los regresores de las ecuaciones de demanda una variable artificial de tipo estacional, que trata de reproducir el perfil de las medias trimestrales de las respectivas variables endógenas.

Las dummies  $Q_{it}$  incluidas en las ecuaciones del modelo ROT se definen como:

—  $Q_{1t} = (-3, 0, -1, 2)$ , para la ecuación de la categoría I.

—  $Q_{2t} = (-1, 0, -1, 2)$ , para la categoría II.

—  $Q_{3t} = (0, 1, 0, 0)$ , para la categoría III.

—  $Q_{4t} = (-1, 0, 2, -2)$ , para la categoría IV siendo estos valores asignados a los trimestres sucesivos de cada año.

Para los modelos LES y AIDS, se definen:

—  $D_{2t} = (1, 1, 0, 0)$  y  $D'_{2t} = (0, 0, 1, 0)$  para la categoría II, donde los intentos de captar la estacionalidad de la serie mediante una única variable proporcionan siempre peores resultados.

—  $D_{3t} = (0, 1, 1, 0)$  para la categoría III.

—  $D_{4t} = (-1, 0, 1, -2)$  para la categoría IV.

—  $D_{1t}$  para la categoría I de alimentación, bebidas y tabaco; esta variable tiene una naturaleza distinta de las definidas anteriormente, ya que con ella, más que la estacionalidad, se trata de captar la influencia de algunas observaciones de carácter marcadamente atípico detectadas en la serie  $W_1$ .

En concreto, se ha observado que en el tercer trimestre de 1980 la participación del gasto realizado en esta categoría registra un fuerte aumento que no está en consonancia con la evolución normal de la serie; en la medida en la cual no se ha encontrado ningún acontecimiento económico que proporcione una explicación razonable para tal aumento, hay bastantes sospechas respecto a que se trate de un error en la serie derivado de la pérdida de una parte de la información en la recogida de los datos. Este error se transmite también a los dos años posteriores, en los que se detecta un cambio en el nivel original de la serie que sólo se recupera al final de la muestra.

Por comodidad en la estimación, para tratar los dos fenómenos señalados se decide incluir una única variable en la ecuación correspondiente a esta categoría; en consecuencia, la variable  $D_{1t}$  vendrá definida como una combinación lineal de dos dummies diferentes: una variable impulso para el salto registrado en el 80(III), y una variable escalón para el cambio de nivel observado en los dos años que siguen al anterior<sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Véase gráficos A1-A4 del apéndice.

<sup>6</sup>  $D_{1t} = 4$  en el 80(III)  
1 entre 80(IV) y 82(IV).

El problema que surge con  $D_{1t}$  es que implica intervenir entre un 25 y 30 por 100 de las observaciones de la serie  $W_1$  y, por lo tanto, obliga a tratar con cierta precaución los resultados que se obtengan en la estimación para esta categoría de bienes<sup>7</sup>.

Al tener en cuenta la restricción presupuestaria a la que están sometidos los tres sistemas de demanda, la estimación de los mismos se lleva a cabo suponiendo que existe correlación contemporánea, pero no serial, entre los errores de las distintas ecuaciones; es decir, se supone que  $\varepsilon_{it}$  se distribuye normalmente con media cero y matriz de covarianzas cuyos elementos se definen como:

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}) = \delta_{is} \cdot \sigma_{ij}, \quad \forall i, j = 1, \dots, n; \quad t, s = 1, \dots, T \quad [5]$$

donde  $\delta_{is}$  es el delta de Kroneker y  $\sigma_{ij}$  la covarianza entre los elementos  $i$  y  $j$  de dicha matriz.

Para evitar la singularidad de la matriz de covarianzas provocada por el cumplimiento de la condición de agregación  $\left(\sum_i W_i = 1\right)$ , y poder mejorar la eficiencia de los resultados estimando conjuntamente todas las ecuaciones de demanda que definen cada uno de los sistemas, se sigue el procedimiento habitual de eliminar de forma arbitraria una de las  $n$  ecuaciones y tratar sólo con el subsistema de las  $(n - 1)$  restantes en la estimación simultánea. No obstante, dado que la estimación conjunta en el caso de los modelos ROT y AIDS resulta prohibitiva, por la ausencia de los grados de libertad necesarios para ello, se ha pensado que una alternativa razonable para poder estimar estos modelos sería tratar inicialmente a cada una de las ecuaciones de demanda por separado, e intentar restringir el número de parámetros del sistema contrastando las propiedades exigidas por la teoría de la demanda a las mismas. Aunque la validación de estos dos modelos se ha llevado a cabo adoptando la alternativa señalada, dado que con ello se olvida la correlación contemporánea existente entre los errores de distintas ecuaciones de un mismo sistema, los resultados que se obtengan deberán considerarse sólo como una primera aproximación, cuya eficiencia, sería de esperar que mejorase adoptando algún procedimiento de estimación conjunta.

En particular, el procedimiento que se adopta para la estimación conjunta de los sistemas es el propuesto por Zellner (1962) para sistemas de ecuaciones aparentemente no relacionadas (SURE) que, bajo las condiciones de regularidad habituales, proporciona estimadores eficientes y asintóticamente equivalentes a los deducidos mediante el método de Máxima Verosimilitud con Información Completa (FIML).

<sup>7</sup> En concreto, con  $D_{1t}$  se anula el error de predicción de las observaciones intervenidas, sin alterar la varianza de  $W_1$ ; en consecuencia, la varianza residual estará infravalorada, y algunas medidas habituales de bondad del ajuste proporcionarán una información artificial.

## 4. Resultados: Estimación y contrastes de validación

### 4.1. Modelos flexibles: AIDS y ROT

A la vista de los resultados que se obtienen al estimar por OLS cada una de las ecuaciones de los sistemas ROT y AIDS, recogidos en los cuadros A2 y A3, es inmediato que la estimación uniecuacional proporciona una aproximación bastante deficiente de los modelos, tanto desde el punto de vista teórico, como empírico.

En general, los únicos parámetros que son significativamente distintos de cero<sup>8</sup> en ambos modelos son los coeficientes estacionales ( $\alpha_i$  en el ROT y  $\alpha_{i1}$  en el AIDS), y las respectivas propensiones marginales al gasto ( $b_i$  y  $\beta_i$ ). Teniendo en cuenta que en el ROT se define  $\pi_{ij}$  como:

$$\pi_{ij} = W_i \cdot \sigma_{ij} = (q_i q_j / M) S_{ij}$$

el hecho de que sólo tres de los dieciséis parámetros  $\pi_{ij}$  sean significativos puede tomarse como indicador de que, para el alto nivel de agregación que se considera en el análisis, los efectos sustitución entre distintos grupos de bienes son poco importantes<sup>9</sup>; esta misma conclusión se repite en el AIDS a pesar de que los coeficientes  $\gamma_{ij}$  se definan de forma diferente.

A partir de las estimaciones OLS, se contrasta la hipótesis de homogeneidad lineal de grado cero en cada una de las ecuaciones de demanda mediante un test  $F$  convencional, cuyos resultados, son los valores que se recogen en las últimas columnas de los cuadros A2 y A3, respectivamente; de acuerdo con éstos, la ausencia de ilusión monetaria se acepta al 95 por 100 de confianza en las cuatro ecuaciones que conforman el sistema AIDS, y se rechazan al mismo nivel de significación en el ROT para las dos ecuaciones que corresponden a los grupos I y III; en consecuencia, la aceptación de dicha hipótesis en el AIDS, que es poco común en otros estudios<sup>10</sup>, permite reducir el número de parámetros del modelo y, posteriormente, mejorar la eficiencia lograda en la estimación conjunta del mismo. No obstante, antes de considerar esta posibilidad, se han calculado las elasticidades propio precio compensadas ( $\sigma_{ii}$ ) y no compensadas ( $E_{ii}$ ), y las elasticidades gasto ( $E_{iM}$ ) en ambos sistemas, tomando para ello los parámetros OLS y los valores medios de la muestra empleada en la estimación; los resultados del cálculo se incluyen en el cuadro A4.

Si se adopta el signo, magnitud y grado de precisión logrado en el cómputo de las elasticidades como un criterio aproximado para la validación teórica de los

<sup>8</sup> Tomando como un indicador aproximado del grado de significación de las variables sus respectivos  $t$ -ratios asintóticos.

<sup>9</sup> Como señala Klevmarken (1979), la sustitución entre bienes es más fuerte cuando se trata con grupos de bienes más desagregados.

<sup>10</sup> Véase, por ejemplo, los resultados originales de Deaton y Muellbauer (1980).

sistemas de demanda, aunque el AIDS ofrece en general unos resultados más aceptables que el ROT, el signo positivo que se obtiene para la elasticidad propio precio compensada y no compensada de «otros bienes y servicios» en ambos modelos es contrario a las exigencias teóricas impuestas a los mismos. Este hecho se refleja también al analizar el signo de las raíces características de la matriz de efectos sustitución, cuya negatividad permitiría garantizar la integrabilidad de las funciones de demanda en una función de gasto cóncava; en concreto, el signo positivo de  $\pi_{33}$  y  $\pi_{44}$  en el ROT, y de  $K_{44}$  en el AIDS<sup>11</sup> indica que la condición de negatividad no se verifica en ninguno de los dos sistemas.

La inconsistencia teórica del ROT, que ha sido detectada con bastante frecuencia en diversos estudios<sup>12</sup>, resulta más llamativa en éste por ser precisamente la elasticidad precio del grupo IV la única que se estima con un grado de precisión aceptable, superior incluso al logrado en el cálculo de las elasticidades gasto; en cuanto a estas últimas, aunque permiten clasificar a todos los bienes como normales, no toman unos valores acordes con los que cabría esperar atendiendo a los criterios establecidos por la teoría para el tipo de bienes que se tratan.

En el AIDS, a pesar de que la homogeneidad de las ecuaciones de demanda se acepta bajo criterios estadísticos, en el cuadro A5 se observa que, al imponer esta restricción, surgen nuevos problemas relacionados con el signo de las elasticidades ( $\sigma_{ii}^H$ ,  $E_{ii}^H$ ,  $E_{iM}^H$ ) ya que ahora, la elasticidad propio precio compensada del grupo II es también positiva.

Siguiendo con el análisis de las propiedades exigidas por la teoría de la demanda a este tipo de modelos, en la medida en la cual el contraste de la simetría de la matriz de Slutsky requiere imponer restricciones cruzadas entre parámetros de distintas ecuaciones, ha sido preciso estimar conjuntamente cada uno de los sistemas, a pesar de la escasez de grados de libertad con que se cuenta para ello en los dos casos.

Después de eliminar la ecuación que corresponde al grupo III, los resultados de estimar conjuntamente los sistemas ROT y AIDS mediante el procedimiento SURE de Zellner se recogen en los cuadros A6 y A7; sobre estos resultados, se han contrastado la simetría y homogeneidad de las ecuaciones mediante un test de Wald, cuyo valor se corrige por los grados de libertad para tratar de aproximar la distribución asintótica del mismo a su correspondiente distribución finita. El factor de corrección que se emplea es el propuesto por Mauleón (1984):

$$FC = (1 - n/T)(1 - \tilde{K}/T) \quad [6]$$

donde  $n$  es el número de ecuaciones del sistema,  $\tilde{K}$  el promedio de parámetros por ecuación y  $T$  el tamaño de la muestra. En el cuadro A8, donde se indican

<sup>11</sup> Véase nota al final del cuadro A4.

<sup>12</sup> Véase, por ejemplo, Klevmarken (1979), Bronsard y Salvas (1984).



los resultados de contraste,  $W$  es el valor del test sin corregir por [6] y  $W^c = (FC)W$  es el valor corregido.

De acuerdo con estos resultados, la ausencia de ilusión monetaria se acepta en ambos modelos al 95 por 100 de confianza atendiendo al valor  $W^c$  corregido; sin embargo, en contra de los resultados OLS, esta hipótesis se rechazaría en el AIDS, y se aceptaría en el ROT, al tomar los valores  $W$  del test sin corregir<sup>13</sup>.

Al contrastar la simetría en cada modelo sin imponer previamente la homogeneidad, los valores  $W$  y  $W^c$  indican que tal hipótesis se rechaza en ambos sistemas al 95 por 100 de confianza.

No obstante, en consonancia con lo que cabría esperar de acuerdo con la teoría de la demanda, al imponer la homogeneidad en el AIDS el modelo se hace más simétrico ya que, al contrastar en el sistema homogéneo la simetría, el valor  $W = 4,84$  y  $W^c = 3,29$  del test de Wald resultante permite aceptar dicha hipótesis. Por el contrario, en el ROT el fenómeno que se observa es el contrario, es decir, la simetría se rechaza con un margen más amplio en el sistema homogéneo, donde se obtienen unos valores del test de Wald  $W = 25,50$  y  $W^c = 18,20$ .

A pesar de que la homogeneidad se acepta bajo criterios estadísticos, los resultados obtenidos al imponer en ambos modelos esta restricción no refleja la mejora en términos de eficiencia que debería esperarse de ello (cuadros A9 y A10); asimismo, al estimar el AIDS homogéneo y simétrico, la precisión lograda en el ajuste empeora (cuadro A11). En este caso, además, la escasa significación de los parámetros estimados  $\beta_i$  lleva a pensar que la homoteticidad de las preferencias ( $\beta_i = 0$ ) resulta una hipótesis de comportamiento razonable para el consumidor medio.

A la vista de los anteriores resultados, una solución inmediata consistiría en optar en el análisis por un enfoque puramente empiricista y, admitiendo que la teoría de la demanda «falla» con los datos empleados en la estimación, tratar de deducir el modelo que mejor capte el proceso que genera tales datos, sin preocuparse de sus propiedades teóricas. Sin embargo, en vez de esta opción, se ha considerado más razonable mantener cierto compromiso operativo en el análisis y estudiar el posible vínculo que existe entre las inconsistencias teóricas de los modelos y los errores cometidos en su especificación econométrica.

Desde este punto de vista, los contrastes de validación que se realizan seguidamente en los modelos AIDS y ROT, además de servir como un criterio básico para la selección entre formas funcionales alternativas, se han considerado como un indicador posible para detectar el origen de algunos de los errores encontrados en ellos y, en consecuencia, aplicar algunas soluciones que quizá permitan subsanarlos.

<sup>13</sup> Resultado que confirma la sospecha de autores que, como por ejemplo Byron (1970), Laitinen (1978) o Deaton (1980), señalan los errores de aproximación cometidos al emplear en el contraste test asintóticos, como la causa más común por la que se rechazan las propiedades teóricas de los modelos.

Volviendo a la estimación uniecuacional, los dos modelos flexibles han sido validados de acuerdo con los criterios de: 1) ausencia de correlación serial desde el primer al cuarto orden en los residuos OLS; 2) exogeneidad de las variables explicativas básicas de las ecuaciones (precios y renta o gasto total); 3) estabilidad intramuestral de los parámetros OLS.

Lógicamente, los resultados de estos contrastes se toman sólo como indicadores aproximados, computados omitiendo la correlación contemporánea entre errores de distintas ecuaciones que, con el reducido tamaño de la muestra disponible, haría imposible en algunos casos este tipo de análisis.

En los cuadros A12 y A13 se recogen los valores deducidos en el contraste de las hipótesis 1) a 3) en cada una de las ecuaciones del AIDS y el ROT.

Empezando por el análisis de los residuos, la ausencia de correlación serial se contrasta computando un test de Lagrange uniecuacional, antes y después de imponer la homogeneidad de grado cero en ambos sistemas; de esta forma, se trata de verificar si, como sugieren Deaton y Muellbauer (1980) entre otros, al imponer la ausencia de ilusión monetaria en los modelos estáticos, se provoca la presencia autocorrelación entre los residuos de las ecuaciones de demanda.

En concreto, la caída que se observa en el valor del estadístico  $DW$  al imponer la homogeneidad en cada una de las ecuaciones de demanda, lleva a pensar a los autores mencionados que, el rechazo estadístico de tal propiedad, se debe a la correlación serial que con ella se provoca en los residuos de las ecuaciones.

Aunque en el AIDS y el ROT no sea correcto tomar el  $DW$  como un indicador de la presencia de autocorrelación, a pesar de que se confirma una disminución en su valor al imponer la homogeneidad (cuadros A2 y A3), los resultados del test de Lagrange ( $LG$ )<sup>14</sup> computado en cada ecuación permiten aceptar al 95 por 100 de confianza la ausencia de correlación serial desde el primer al cuarto orden en ambos modelos, antes y después de imponer la homogeneidad en los mismos.

Según esto, en caso de existir alguna relación entre los errores cometidos en la especificación estocástica de los sistemas y el rechazo de la homogeneidad, dado que esta propiedad se acepta en el ROT cuando se contrasta sobre los resultados obtenidos en la estimación conjunta por SURE, y se rechaza en algunas ecuaciones para los parámetros OLS, cabría pensar que tal relación surge al ignorar las implicaciones estadísticas que se derivan del cumplimiento de la

<sup>14</sup> El test de Lagrange se computa según la expresión:

$$LG = (T - k)R^2$$

donde  $R^2$  es el coeficiente de determinación que se obtiene en la regresión:  $\varepsilon_{it} = \rho_k \cdot \tilde{\varepsilon}_{it-k} + U_{it}$ , siendo  $\tilde{\varepsilon}_{it}$  los residuos OLS deducidos en la estimación de las ecuaciones de demanda,  $T$  el tamaño de la muestra,  $k$  el número de retardos de  $\tilde{\varepsilon}_{it}$  que se consideren en el análisis y,  $U_{it}$  una perturbación aleatoria distribuida normalmente con media cero y varianza constante. Bajo la hipótesis nula,  $H_0: \rho_k = 0$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ),  $LG$  se distribuye como una  $\chi^2$  con  $k$  grados de libertad.

restricción presupuestaria en la estimación; es decir, al ignorar la correlación contemporánea que dicha restricción impone sobre las perturbaciones de distintas ecuaciones.

Uno de los problemas que menos atención ha recibido en los estudios de sistemas completos de demanda es el de la simultaneidad, surgida cuando alguno de los regresores se determinan endógenamente en los modelos, provocando la consabida inconsistencia de los estimadores OLS o SURE que se deducen sin tener en cuenta este hecho.

Para contrastar la exogeneidad de los precios y gasto total, se computa en cada ecuación un test de Hausman (1978)<sup>15</sup> que, a pesar de resultar un procedimiento bastante limitado para los sistemas completos de demanda, permite tener una idea aproximada de la magnitud de los problemas que provoca la simultaneidad en los mismos.

De acuerdo con los valores que se incluyen en los cuadros A12 y A13, la exogeneidad de la variable renta (gasto total) se acepta al 95 por 100 de confianza en todas las ecuaciones, excepto en la correspondiente al grupo II del AIDS, y el IV del ROT. Es inmediato que, teniendo en cuenta cómo se define esta variable, y el tipo de modelos analizados, la aceptación de tal hipótesis es

<sup>15</sup> Para computar el test uniecuacional de Hausman conviene expresar las ecuaciones de demanda en general como:

$$X_t = Y_{1t} \cdot \delta + Z_{1t} \cdot \gamma + \varepsilon_t \quad [N1]$$

donde  $X_t$  son las observaciones correspondientes a la variable endógena de las ecuaciones,  $Y_{1t}$  y  $Z_{1t}$  son dos vectores de variables explicativas,  $\varepsilon_t$  es una perturbación aleatoria que verifica las condiciones de regularidad habituales y, tal que,  $E(Z_{1t}, \varepsilon_t) = 0$ , siendo  $\delta$  y  $\gamma$  los parámetros desconocidos a estimar.

Una posible vía para contrastar la independencia estocástica de las variables  $Y_{1t}$ , es decir, la hipótesis nula  $H_0: E(Y_{1t}, \varepsilon_t) = 0$ , consiste en estimar [N1] con y sin restricciones y computar el test de Hausman; para ello, expresando la forma reducida de  $Y_{1t}$  como:

$$Y_{1t} = Z_{2t} \cdot \pi + V_t \quad [N2]$$

donde se verifica que la perturbación aleatoria  $V_t$  es independiente de las variables  $Z_{2t}$ , es decir, que  $E(V_t, Z_{2t}) = 0$ , si se tiene en cuenta que el valor estimado de  $Y_{1t}$  será  $\hat{Y}_{1t} = Y_{1t} - \hat{V}_t$ , puede reformularse [N1] para ser expresada como:

$$X_t = \hat{Y}_{1t} \phi_1 + \hat{V}_t \phi_2 + Z_{1t} \cdot \gamma + \varepsilon_t \quad [N3]$$

En consecuencia, resulta inmediato que el contraste de la hipótesis  $E(Y_{1t}, \varepsilon_t) = 0$  en [N1], equivale a contrastar  $E(\varepsilon_t, \hat{V}_t) = 0$  en [N3], donde se verifica que  $E(\varepsilon_t, Z_{1t}) = 0$ . Después de sustituir en [N3] los valores estimados de  $\hat{Y}_{1t}$  y  $\hat{V}_t$  en [N2], el test de Hausman se computa como un test  $F$  convencional según la expresión:

$$H = \frac{SSRR - SSRU}{SSRU} \cdot \left( \frac{T - K}{r} \right)$$

donde  $SSRR$  y  $SSRU$  son las sumas de residuos al cuadrado deducidas en la estimación OLS con y sin restricciones (es decir, en la estimación de [N3] y [N1] respectivamente),  $K$  es el número de variables explicativas incluidas en [N3] y  $r$  el número de restricciones. Bajo la hipótesis nula,  $H$  se aproxima bien por una  $F$  con  $(r, T - K)$  grados de libertad.

difícilmente creíble ya que, por definición, estará endógenamente determinada en los sistemas. Por ello, se ha creído conveniente reestimar las ecuaciones de demanda de los dos modelos mediante el procedimiento de Variables Instrumentales (I.V.), tomando como instrumentos las variables incluidas en la forma reducida de las ecuaciones correspondientes a la renta real, tal como se define en cada modelo<sup>16</sup>.

Dado que los resultados que se obtienen por este procedimiento no presentan ningún cambio sustancial respecto a los deducidos al estimar las ecuaciones por OLS y, por otra parte, la exogeneidad de los instrumentos se acepta al 95 por 100 de confianza en todos los casos<sup>17</sup>, tal coincidencia hace dudar del grado de precisión de los test empleados en el contraste cuando, como es el caso en este trabajo, se computan para muestras de tamaño reducido. Sin embargo, aunque no sea posible rechazar la presencia de simultaneidad en las ecuaciones señaladas, cabe pensar que los problemas que origine sean de escasa magnitud y, considerados aisladamente al menos, insuficientes para explicar la inconsistencia teórica de los resultados obtenidos en la estimación.

En cuanto a la exogeneidad de los precios, el valor computado del test de Hausman en cada ecuación señala que se acepta al 95 por 100 de confianza en todas las ecuaciones del ROT, rechazándose al mismo nivel de significación en el AIDS, sólo en la ecuación correspondiente a la categoría II. No obstante, al

<sup>16</sup> Al especificar las ecuaciones de ajuste de los precios correspondientes a cada categoría de bienes, se ha supuesto que éstos variarán en cada período dependiendo de: a) los desequilibrios registrados en los respectivos mercados en períodos previos, reflejados a través de los excesos de demanda agregada de los distintos bienes; b) los cambios generales observados en la conducta de los consumidores y en el conjunto de la economía (preferencias, costes de los factores, etc.). De acuerdo con esto, las ecuaciones de ajuste (o forma reducida) son del tipo:

$$\log q_{it} = \alpha_i + \sum_{j=1}^3 d_j Q_{jt} + \delta_i \cdot t + \sum_{j=1}^4 \gamma_j \log q_{jt-1} + \xi_i \log (M/P^*)_{t-1} + U_{it}$$

donde se supone que los excesos de demanda en  $(t - 1)$  pueden aproximarse razonablemente por los valores desfasados de los precios de todos los bienes y la renta real, y los cambios autónomos de carácter general, por un vector  $\theta_{it} = (Q_{jt}, \alpha_i, t)$ , siendo  $\alpha_i$  una constante,  $t$  una tendencia temporal ( $t = 1, 2, 3, \dots$ ) y  $Q_{jt}$  tres dummies estacionales definidas como:

$$Q_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{en el trimestre } j\text{-ésimo } (j = 1, 2, 3) \\ 0 & \text{en los restantes} \end{cases}$$

Paralelamente, la forma reducida de la ecuación de ajuste de la renta real es del tipo:

$$\log (M/P^*)_t = \alpha + \sum_{j=1}^3 d_j \cdot Q_{jt} + \delta \log (M/P^*)_{t-1} + V_t$$

En el ROT las formas reducidas de precios y renta se definen siguiendo el mismo tipo de razonamiento que en el AIDS pero alterando, lógicamente, las variables exógenas y endógenas de cada ecuación en consonancia con el modelo.

<sup>17</sup> La exogeneidad de los instrumentos se contrata computando la expresión:

$$(T - n)R^2_{(\tilde{\epsilon}_i|W)}$$

donde  $\tilde{\epsilon}_i$  son los residuos I.V. y  $W$  son los  $n$  instrumentos empleados. Bajo la hipótesis nula el test se distribuye como una  $\chi^2$  con  $(n - k)$  grados de libertad.

reestimar esta ecuación mediante I.V, tampoco se detecta ninguna diferencia entre los resultados obtenidos y los que se deducen por OLS; en consecuencia, se repiten las conclusiones señaladas anteriormente.

Por último, la estabilidad intramuestral de los parámetros estimados se contrasta computando en cada ecuación dos test alternativos: el test convencional de Chow, y el propuesto por Mauleón (1985), basado en la capacidad predictiva de los modelos<sup>18</sup>.

Los resultados de ambos contrastes en el ROT confirman la sospecha manifestada por algunos autores que, como Barnett (1984) y Byron (1984), han señalado los posibles errores cometidos en la especificación de este modelo cuando se supone que los parámetros  $\pi_{ij}$  y  $b_i$  son constantes para todas las observaciones de la muestra; en concreto, dada la definición de estos parámetros que se deduce de la parametrización adoptada por Theil y Barten, su constancia sólo podrá asegurarse cuando la demanda ha seguido una evolución temporal relativamente estable en el período analizado. De acuerdo con los resultados del cuadro A10, esta posibilidad queda claramente excluida en lo que se refiere a la demanda de los bienes incluidos en el grupo I, para la cual, la estabilidad estadística y numérica de los parámetros se rechaza al nivel de significación del 5 por 100 en todos los casos.

Aunque no haya ninguna razón a priori para trasladar las sospechas mencionadas para el ROT al modelo AIDS, lo cierto es que en éste, la estabilidad se rechaza al mismo nivel de significación en dos de las cuatro ecuaciones del sistema: las correspondientes a los grupos I y IV.

Como han señalado los propios Deaton y Muellbauer, uno de los aspectos menos satisfactorios del modelo AIDS que ellos proponen es el carácter estático que imprime a la conducta observada de los consumidores, aspecto éste que,

<sup>18</sup> El test convencional de Chow se computa como:

$$F_{ch} = \frac{SSRT - SSR_1}{SSR_1} \cdot \left( \frac{T_1 - K}{T_2} \right)$$

donde  $SSRT$  y  $SSR_1$  son las sumas de residuos al cuadrado deducidas en la estimación OLS de las ecuaciones de demanda para toda la muestra ( $T = T_1 + T_2$ ) y con la submuestra  $T_1$  respectivamente. Bajo la hipótesis nula de estabilidad,  $F_{ch}$  se aproxima bien por una  $F$  con  $(T_2, T_1 - K)$  grados de libertad.

El test propuesto por Mauleón se computa según la expresión:

$$-2 \left\{ \left( 1 - \frac{T_2}{T} \right) L_0 - L_1 \right\} + nT_2$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  son las dos submuestras consideradas,  $n$  es el número de ecuaciones del sistema y,  $L_0$  y  $L_1$  los valores máximos de las funciones de verosimilitud evaluadas con los estimadores obtenidos para la muestra conjunta ( $T = T_1 + T_2$ ) y la submuestra de las  $T_1$  primeras observaciones. Bajo la hipótesis nula de homogeneidad de los parámetros estimados con las dos submuestras, el test se distribuye asintóticamente como una  $\chi^2$  con  $nT_2$  grados de libertad.

desde el punto de vista empírico, cabe pensar que es el principal causante de la inestabilidad, o escasa capacidad predictiva, tanto de este sistema, como del ROT.

Por lo que se refiere al ROT, la propuesta que señala Barten (1977) como posible vía para mejorar la capacidad predictiva del modelo, consiste en incluir un término constante en las ecuaciones de demanda, mediante el cual, se capten los efectos a escala que se derivan de los cambios registrados en los gustos de los consumidores a lo largo del tiempo. Junto a esta propuesta, aquí se ha ensayado también la posibilidad de incorporar una estructura dinámica en las ecuaciones de demanda, incluyendo entre los regresores de las mismas los valores desfasados uno o más períodos de las variables endógena y exógenas. Sin embargo, después de reiterados intentos de mejorar el modelo inicial por ambas vías, los resultados que se obtienen son bastante negativos, tanto si se atiende a las propiedades teóricas de las ecuaciones como a sus propiedades estadísticas; en particular, además de que no se logra en ningún caso garantizar la integrabilidad de las funciones de demanda estimadas, cuando se intentan dinamizar, el sistema se convierte en no estacionario.

En cuanto al AIDS, se ensayan también dos vías alternativas de especificación dinámica de las ecuaciones de demanda; la primera de ellas consiste en adoptar la propuesta hecha por Hendry y Mizon (1980) para modelos dinámicos generales y, aplicada por Anderson y Blundell (1982) a este modelo específicamente, según la cual, a partir de un modelo dinámico general de retardos en todas las variables, se trataría de ir contrastando secuencialmente distintas hipótesis en el mismo que permitan llegar a una expresión más reducida, que capte de forma adecuada el proceso que genera los datos. En concreto, partiendo de un modelo general de retardos de primer orden expresado como:

$$W'_{it} = \pi_1 X_t + \pi_2 X_{t-1} + \gamma W'_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad [7]$$

donde  $X'_t = (\log q_{it}; \log (M/P)_t; D_{it})$  es un vector de variables exógenas incluidas en cada ecuación, y se omite la correlación contemporánea existente entre las perturbaciones de distintas ecuaciones, se han contrastado secuencialmente en cada ecuación las restricciones que se indican en el cuadro A14.

De acuerdo con los resultados del contraste, recogidos en el cuadro A15, el modelo estático se acepta como una simplificación adecuada del modelo general en tres de las cuatro ecuaciones de demanda, lo cual, queda reflejado también en los resultados que se obtienen al estimar este último, recogidos en el cuadro A16.

La segunda vía que se ensaya para tratar de dinamizar el AIDS es la que sugieren Pollak y Wales (1969) originalmente para el LES, y que más tarde es tratada también por Ray (1985) en el AIDS, mediante la cual, se pretende captar la influencia de los hábitos de consumo adquiridos en el pasado sobre la demanda de cada período, incluyendo el consumo real de los bienes desfasado uno o más períodos entre los regresores de las ecuaciones de demanda.

Junto a esta variable, se ha incluido también una tendencia temporal que, según Stone (1954), permitirá recoger los posibles cambios habidos en los gustos de los consumidores durante el período de análisis. En consecuencia, las ecuaciones de demanda que se analizan son del tipo:

$$W_{it} = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} D_{it} + \alpha_{i2} \cdot X_{it-1} + \alpha_{i3} \cdot t + \sum_j \gamma_{ij} \log q_{jt} + \beta_i \log (M/P)_t + \varepsilon_{it} \quad [8]$$

y, los resultados de estimar éstas por OLS, se recogen en el cuadro A17. De acuerdo con éstos, los parámetros  $\alpha_{i2}$  considerados como coeficientes de formación de hábitos sólo son significativamente distintos de cero para la categoría I de bienes, mientras que los cambios en los gustos de los agentes, cuya influencia se recoge a través de  $\alpha_{i3}$ , no parecen afectar en ningún caso a la evolución de la demanda.

Estas conclusiones, junto con las que se deducen observando los valores de las elasticidades propio precio y gasto calculadas con los parámetros OLS del cuadro A17, y recogidas en el cuadro A18, señalan que tampoco se logra ninguna mejora del modelo estático simple por esta vía, ni desde el punto de vista empírico, ni en lo que se refiere a las propiedades teóricas del mismo.

En resumen, considerando conjuntamente los resultados que se obtienen en la estimación de los dos modelos «flexibles», es inmediato que, al menos para los datos empleados en este trabajo, la aproximación que proporcionan estos modelos a las «verdaderas» funciones de demanda, si como tales se toman aquellas que satisfacen los requisitos exigidos por la teoría de la demanda, no parece demasiado apropiada. Así pues, en la medida en la que se crea que tales requisitos tienen cierta relevancia al tratar de explicar de forma consistente la evolución de la demanda media observada, la opción de estimar un sistema que, como el LES, garantice el cumplimiento de los mismos al estar incorporados como parte de la hipótesis mantenida en la estimación, surge como una alternativa razonable.

#### 4.2. Sistema Lineal de Gasto (LES)

En la estimación del LES, dado que los problemas de sobreparametrización e insuficiencia de grados de libertad son mucho menos acusados que en los modelos anteriores, se ha considerado conveniente partir de un modelo dinámico general, denominado LESGH, en el que se incorporan las propuestas de Stone (1954) y Pollak y Wales (1969) señaladas anteriormente, y se formula como:

$$W_{it} = \gamma_{it}^* (q_{it}/M_t) + \beta_i \left\{ 1 - \sum_j \gamma_{jt}^* (q_{jt}/M_t) \right\} + \varepsilon_{it}$$

donde:

$$\gamma_{it}^* = \gamma_{i0} + \gamma_{i1} \cdot D_{it} + \gamma_{iH} \cdot X_{it-1} + \gamma_{ig} \cdot t \quad [9]$$

Asumiendo la existencia de correlación contemporánea entre errores de distintas ecuaciones, el modelo se estima conjuntamente mediante el procedimiento SURE de Zellner y, a partir de los resultados obtenidos (véase cuadro A19), se contrastan en él las restricciones señaladas en el cuadro A20 relativas a la evolución de  $\gamma_{it}^*$ ; según este esquema, el contraste se lleva a cabo imponiendo idénticas restricciones sobre el comportamiento dinámico de todas las ecuaciones de demanda, y se instrumenta mediante un test de Máxima Verosimilitud siguiendo la dirección de las flechas. En el cuadro A21 se recogen los resultados del contraste, siendo  $LR$  el valor computado del test sin corregir, y  $LR^c$  el valor corregido del mismo por los grados de libertad, aplicando el factor propuesto por Mauleón (1984):

$$FC = \{(T - K + r/2)/T\} \quad [10]$$

donde  $T$  es el número de observaciones, y  $r$  y  $K$  son el promedio de restricciones y parámetros por ecuación respectivamente.

Cuando se acepte que los cambios autónomos que se registran en las preferencias de los consumidores no afectan a la evolución temporal de la demanda ( $\gamma_{ig} = 0$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ), el modelo que resulta será el denominado LESH; de forma alternativa, si se admite que los hábitos de consumo no influyen en dicha demanda ( $\gamma_{iH} = 0$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ), el modelo a considerar será el LESG y, por último, si partiendo de cualquiera de estos dos modelos, o del modelo general LESGH, se confirma que  $\gamma_{iH} = \gamma_{ig} = 0$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) el modelo elegido será el LES, en el cual, los factores estacionales explican por sí solos la evolución temporal de  $\gamma_{it}^*$ <sup>19</sup>.

De acuerdo con los resultados que se obtienen en el contraste, el modelo LESG se acepta frente al LESGH al 95 por 100 de confianza según los valores del test  $LR^c$ , corregidos por [10].

Frente a este tipo de análisis, denominado por algunos autores «dinámica rígida» (véase Anderson y Blundell (1982)), se ha probado también la alternativa conocida como «dinámica flexible» (véase McKenzie y Thomas (1982), Thomas (1983)), mediante la cual, se trata de contrastar algunas restricciones específicas sobre los parámetros menos significativos de las ecuaciones de demanda, sin exigir que la formulación dinámica de las mismas sea necesariamente uniforme. Así pues, partiendo de nuevo del modelo LESGH, el contraste de restricciones de exclusión sobre los parámetros menos significativos del mismo lleva al modelo denominado LESNW que se incluye en el cuadro A23. Las seis restricciones impuestas en el modelo LESGH para deducir el LESNW se aceptan al 95 por 100 de confianza, tanto por el valor  $LR = 1,54$ , como por el valor corregido por [10],  $LR^c = 1,37$ .

Al comparar el sistema LESNW con el LESGH, o con cualquiera de las versiones restringidas del mismo, incluido en el LESG (cuadro A22), la superioridad del primero es bastante notoria.

<sup>19</sup> Junto a  $D_{it}$ ,  $\gamma_{it}^*$  vendrá explicado por  $\gamma_{i0}$  que se interpreta como  $\epsilon I$  «mínimo fisiológico» (véase R. Sanz (1974)).



Desde el punto de vista estadístico, es claro que al eliminar específicamente los parámetros menos significativos del modelo, la precisión lograda en el ajuste mejora de forma sustancial. Esta mejora, se refleja claramente en el cuadro A24, donde se recogen las elasticidades calculadas con los parámetros SURE y los valores medios de la muestra, para el modelo LESGH y los otros cuatro deducidos a partir de él.

Aunque  $E_{iM}$  se computa con bastante precisión en todos los modelos, en el LESNW los resultados obtenidos son superiores para tres de las cuatro categorías de bienes analizados, atendiendo al valor absoluto de los  $t$ -ratios asintóticos que se incluyen entre paréntesis. En cuando a  $E_{ii}$ , la superioridad del LESNW frente a los cuatro modelos restantes ofrece pocas dudas, tanto si se atiende al valor absoluto de las elasticidades, como a su nivel de significación.

Después de comprobar que el sistema LESNW verifica las condiciones de regularidad que garantizan su consistencia teórica, y exigen que  $(X_{it} - \gamma_{it}^*) > 0$ ,  $\forall t = 1, \dots, T$ , el modelo ha sido validado desde el punto de vista empírico según los criterios de ausencia de correlación serial, exogeneidad de las variables explicativas y estabilidad intramuestral.

Para contrastar la ausencia de correlación serial en los errores de las ecuaciones de demanda, se parte del modelo LESNW expresado matricialmente como:

$$\begin{aligned}
 W_t &= (q_t/M_t) \cdot \gamma_t^* + B\{1 - (q_t/M_t) \cdot \gamma_t^*\} + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &= \rho_k \cdot \varepsilon_{t-k} + U_t \\
 i'B &= 1 \\
 |\rho_k| &< 1 \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

y suponiendo que  $U_t$  es una perturbación aleatoria distribuida normalmente con media cero y matriz de covarianzas constante, se contrasta la hipótesis nula  $H_0: \rho_k = 0$ , para  $k = 1, 4$ ; es decir, se contrasta la ausencia de correlación serial de primer y cuarto orden que, dada la naturaleza trimestral de los datos, parece lo más razonable.

Suponiendo que no existe correlación serial entre los errores de distintas ecuaciones (aunque sí contemporánea), el coeficiente  $\rho_k$  será común para todas (véase Berndt y Savin (1975), Anderson y Blundell (1982)); en consecuencia, expresando el modelo [11] como:

$$\begin{aligned}
 W_t &= (q_t/M_t) \cdot \gamma_t^* + B\{1 - (q_t/M_t) \cdot \gamma_t^*\} + \rho_k\{w_{t-k} - \\
 &- ((q_{t-k}/M_{t-k}) \cdot \gamma_{t-k}^* + B\{1 - (q_{t-k}/M_{t-k}) \cdot \gamma_{t-k}^*\})\} + U_t \\
 i'B &= 1 \\
 |\rho_k| &< 1 \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

la ausencia de correlación serial se contrasta mediante un test de Máxima Verosimilitud, que equivale a contrastar la significación del coeficiente  $\rho_k$  en

[12], atendiendo al valor de su  $t$ -ratio asintótico deducido en la estimación conjunta.

Al estimar el modelo LESNW conforme se indica en [12], el valor del  $t$ -ratio asociado a  $\rho_1$  es  $t = -0,86$ ; por lo tanto, la ausencia de correlación serial de primer orden se acepta al 95 por 100 de confianza.

De forma paralela, cuando se contrasta la correlación de cuarto orden, cuya presencia cabría esperar por la naturaleza trimestral de los datos, el  $t$ -ratio que se computa para  $\rho_4$ ,  $t = -0,85$ , permite aceptar la ausencia de la misma en el modelo LESNW al 95 por 100 de confianza.

Al tratar de contrastar la exogeneidad de precios y renta en las ecuaciones de demanda del LESNW, los problemas de tamaño muestral que surgirían en el análisis si se trata de computar un test de Máxima Verosimilitud, han obligado a optar por un procedimiento de análisis indirecto; específicamente, dicho procedimiento consiste en comparar los resultados obtenidos al computar el modelo por SURE ignorando la simultaneidad, con los deducidos mediante algún método alternativo de variables instrumentales que, en el caso de que existan problemas de este tipo, permita al menos recuperar la consistencia de los estimadores.

Con este propósito se ha reestimado conjuntamente el LESNW mediante el procedimiento de mínimos cuadrados trietápicos no lineales (NL3SLS), eligiendo para tal fin los instrumentos que, en consonancia con ciertos criterios teóricos establecidos a priori, proporcionen los mejores resultados desde el punto de vista estadístico; en concreto, las variables instrumentales empleadas son los precios normalizados de todos los bienes y la rental real, retardadas ambas variables un período<sup>20</sup>.

Puesto que los resultados que se obtienen por esta vía no muestran prácticamente ninguna divergencia con los obtenidos por SURE, ni en lo que al valor estimado de los parámetros se refiere ni, tampoco, al nivel de significación de las mismas, cabe concluir que la exogeneidad de las variables explicativas de las ecuaciones de demanda se puede tratar como una hipótesis relativamente

<sup>20</sup> Desde el punto de vista teórico, tal elección podría justificarse suponiendo un mecanismo de ajuste de los precios dependiente de los excesos de demanda observados en el pasado en los mercados respectivos; en este caso, puesto que los excesos de demanda no son observables, se puede tratar de aproximar estas variables, mediante los precios y gasto real realizados en períodos previos.

Desde el punto de vista estadístico, si se trata de buscar instrumentos que estén muy correlacionados con los precios y gasto real, pero no con las perturbaciones, dado que, como se ha visto anteriormente, no existen problemas de correlación serial en el modelo, los propios valores retardados de las variables serán un instrumento adecuado. Esta idea, se confirma después de realizar un breve análisis de las ecuaciones correspondientes a cada uno de los precios y renta-real, en el que se supone que tales variables se determinan en cada período en función de sus propios valores pasados, y los alcanzados por las restantes (precios y gasto retardados); de aquí se deduce que, dado que los precios de la categoría I retardados dos periodos se revelan altamente significativos, dicha variable se incluirá también entre los instrumentos.

aceptable, o bien, que los posibles errores de especificación cometidos en el modelo al adoptar tal hipótesis son de su orden de magnitud poco importante. Por último la estabilidad intramuestral de los parámetros estimados se ha contrastado computando el test de predicción de Mauleón señalado anteriormente (véase nota 4), dividiendo la muestra en dos subperíodos  $T_1 = 77(\text{II}) - 82(\text{IV})$  y  $T_2 = 83(\text{I}) - 83(\text{IV})$ . Dado que los valores máximos del logaritmo de la función de verosimilitud obtenidos al computar el modelo para  $T = T_1 + T_2$  y para  $T_1$ , son  $L_0 = 363,322$  y  $L_1 = 307,333$  respectivamente, el valor del test es 11,77, inferior al valor crítico de una distribución  $\chi^2$  con 12 grados de libertad; en consecuencia, la estabilidad del modelo se acepta al 95 por 100 de confianza.

En los cuadros A25 y A26 se indican los valores de las elasticidades precios compensadas y no compensadas ( $\sigma_{ij}$  y  $E_{ij}$ ) del LESNW, computados con los parámetros SURE del cuadro A23 y los valores medios de la muestra. Según éstos, la relación de complementariedad predominará entre todas las categorías de bienes excepto en la IV, para la cual, dado que  $\gamma_{4i}^* < 0$ , se obtiene que  $E_{i4} > 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Por otra parte, atendiendo al valor de los respectivos  $t$ -ratios que se recogen entre paréntesis, se deduce que los únicos precios cuya variación afectará a la demanda de todos los bienes son los correspondientes a las categorías I y IV; por el contrario, los efectos cruzados derivados de cambios en los precios de los bienes II y III resultan muy poco significativos. El signo de las elasticidades compensadas, que se estiman con una precisión muy superior a las anteriores, indica que todos los bienes serán sustitutos netos lo cual, es un resultado que se deduce directamente de los supuestos implícitos en este modelo.

## 5. Resumen y conclusiones

En el presente estudio se han estimado tres sistemas completos de demanda de bienes de consumo con datos trimestrales de la economía española, tratando de mantener cierto compromiso operativo en el análisis al contrastar, tanto las propiedades teóricas, como las propiedades estadísticas de los modelos considerados.

Desde el punto de vista teórico, los resultados que se obtienen señalan que, para los datos concretos empleados, los modelos ROT y AIDS no verifican las propiedades necesarias para poder garantizar su integrabilidad en una función de gasto cóncava y bien definida; específicamente, la matriz de efectos sustitución de Slutsky no es en ninguno de los dos modelos semidefinida negativa y, en el ROT, tampoco es simétrica.

Desde el punto de vista econométrico, la precisión que se logra en la estimación de los modelos ROT y AIDS es muy inferior a la observada en cualquiera de las especificaciones del LES que se tratan.

En consecuencia, las dos observaciones anteriores tienden a señalar al LES como un candidato más idóneo para representar la evolución de la demanda de

bienes de consumo durante el período de tiempo considerado en el análisis. Partiendo de esta hipótesis, la dinamización del LES estático conduce al que se ha denominado modelo LESNW mediante el contraste sucesivo de restricciones impuestas sobre algunos de los parámetros que definen el comportamiento dinámico de la demanda en un modelo general.

Además de verificar todas las propiedades exigidas por la Teoría de la Demanda, el LESNW ofrece un margen de confianza bastante aceptable desde el punto de vista econométrico y, en cualquier caso, superior a los restantes modelos estimados.

Cabe señalar, sin embargo, que las limitaciones a las que se ha visto sometido el análisis de los modelos, debido a la escasez y poca precisión de los datos disponibles, exigen tratar los resultados obtenidos con cierta precaución, máxime, en lo referente a los dos modelos flexibles AIDS y ROT, cuya estimación se lleva a cabo con un reducido número de grados de libertad.

Gráfico I. Participación unitaria en el gasto total del grupo I:  $W_1$ .

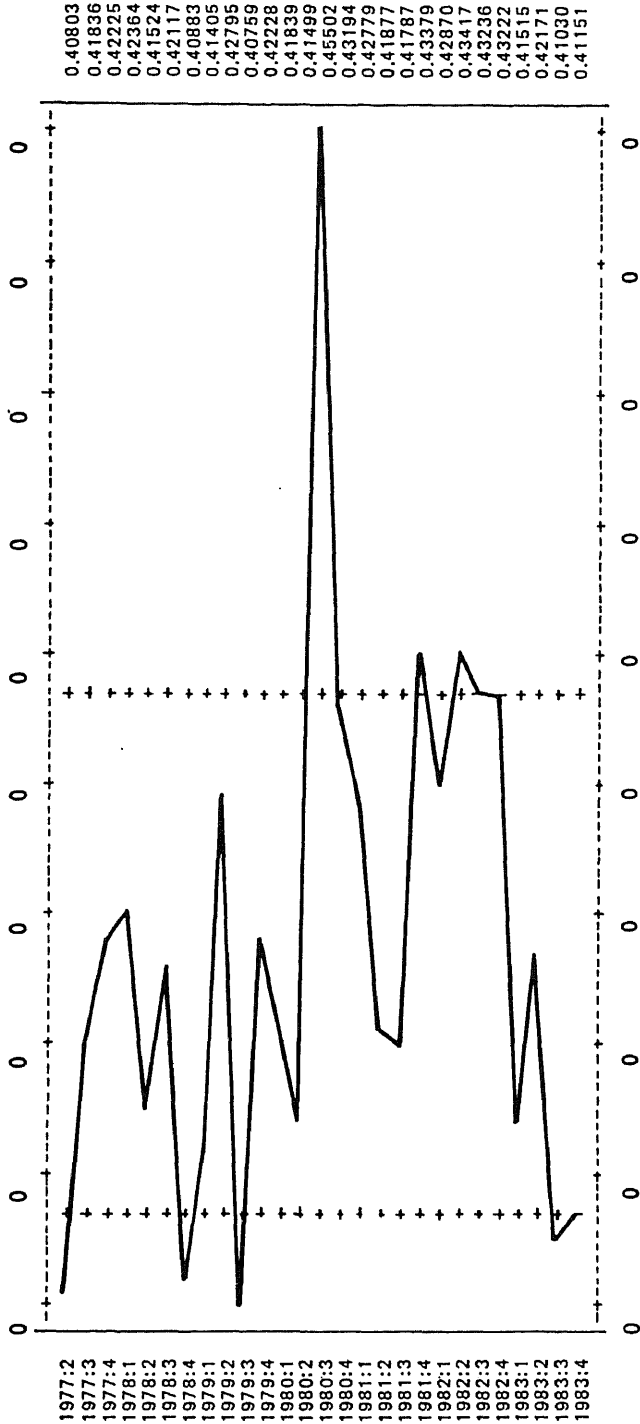


Gráfico 2. Participación unitaria en el gasto total del grupo II:  $W_2$ .

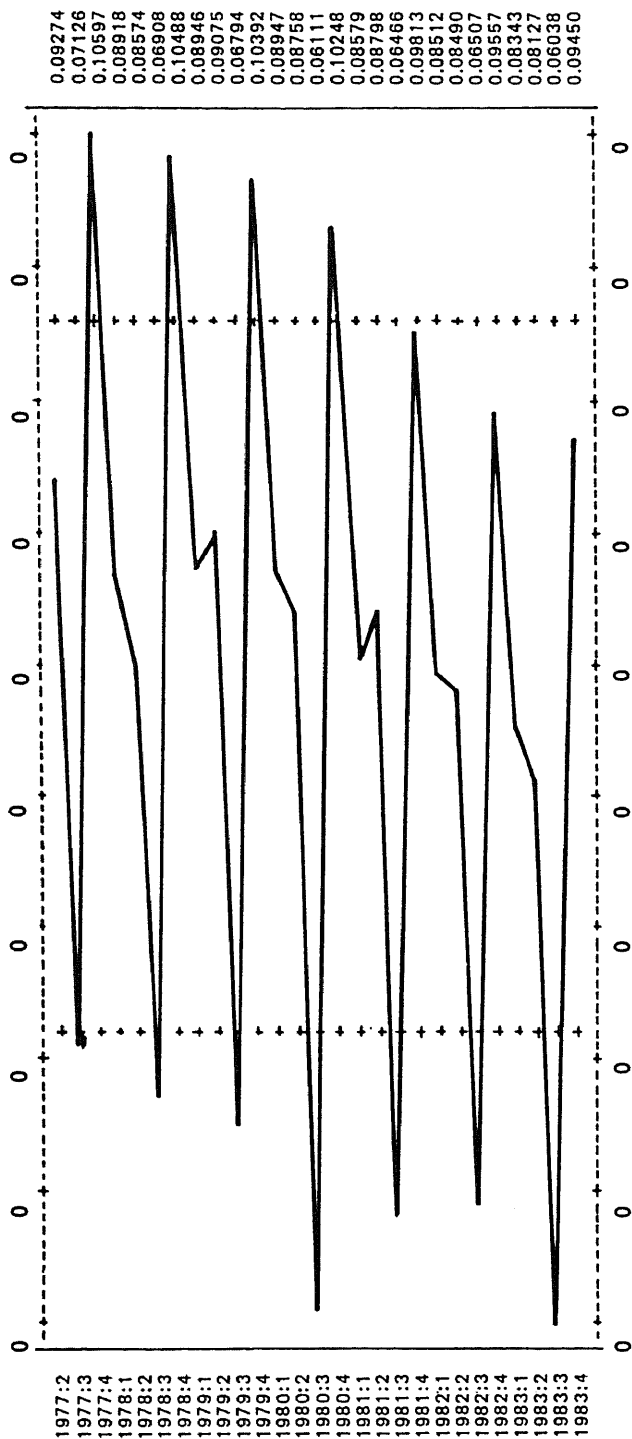


Gráfico 3. Participación unitaria en el gasto total del grupo III:  $W_3$ .

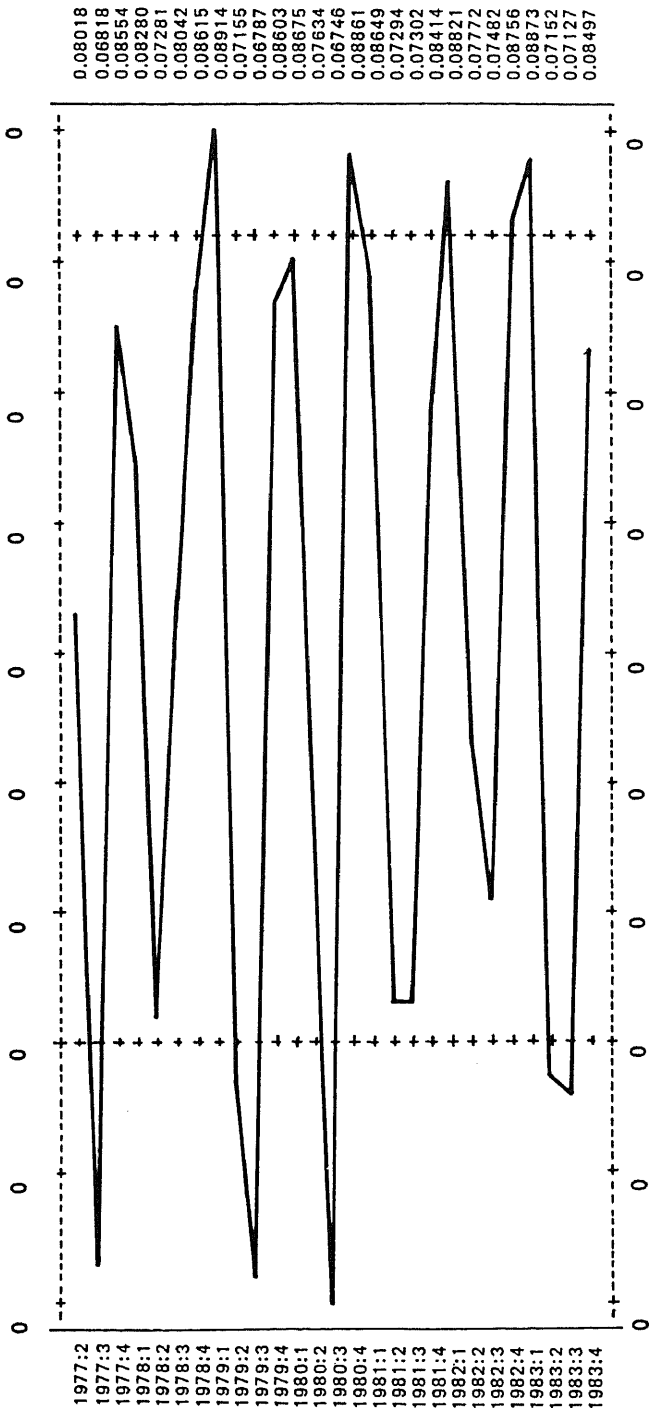
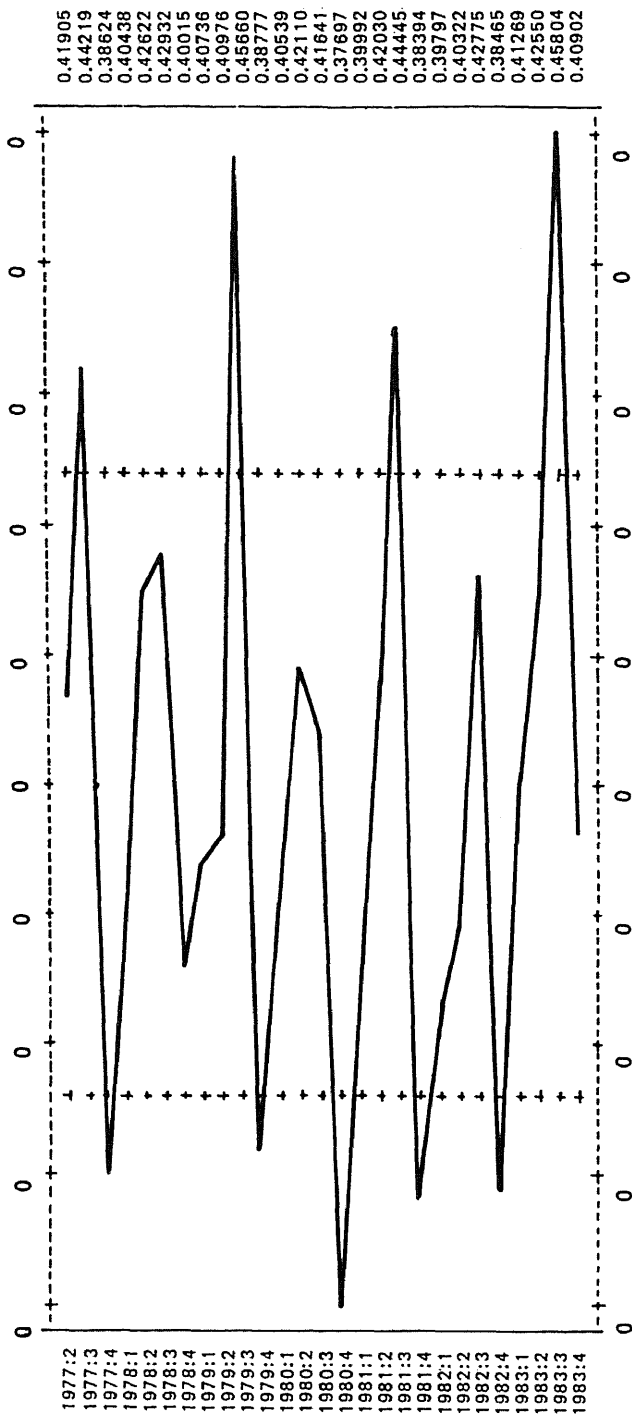


Gráfico 4. Participación unitaria en el gasto total del grupo IV:  $W_4$ .



**Apéndice**

CUADRO A1

Categorías agregadas de gasto en bienes de consumo

- I. Alimentación, bebidas y tabaco.
- II. Vestido y calzado.
- III. Cultura y enseñanza.
- IV. Otros bienes.

CUADRO A2

Modelo de Rotterdam: Estimación OLS\*

Categoría	$\pi_{i1}$	$\pi_{i2}$	$\pi_{i3}$	$\pi_{i4}$	$b_i$	$\alpha_i$	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$	$H_0: \sum_{j=1}^n \pi_{ij} = 0$
I	-0,001 (0,0)	0,114 (0,9)	-0,030 (0,2)	0,007 (0,0)	0,086 (2,2)	0,006 (6,4)	0,758 (0,938)	0,615 (0,668)	2,47 (2,10)	0,907 (0,890)	$F = 4,75$
II	0,015 (0,4)	-0,037 (0,3)	0,043 (0,4)	-0,021 (0,2)	0,072 (2,9)	0,016 (8,3)	0,317 (0,317)	0,398 (0,388)	1,99 (1,99)	0,980 (0,976)	$F = 0,004$
III	-0,011 (0,3)	0,104 (1,3)	0,149 (1,7)	-0,131 (1,9)	0,124 (5,3)	-0,015 (6,9)	0,364 (0,629)	0,427 (0,547)	2,02 (1,64)	0,892 (0,823)	$F = 14,5$
IV	0,023 (0,3)	-0,753 (4,2)	-0,047 (0,4)	0,850 (5,4)	0,308 (4,9)	0,009 (5,0)	1,716 (1,828)	0,926 (0,933)	2,29 (2,10)	0,886 (0,884)	$F = 1,30$

\*  $T = 77$ (III) - 83(IV).

Los números entre paréntesis debajo de los coeficientes estimados indican el valor absoluto de los respectivos *t*-ratios asintóticos; los que se indican debajo de los estadísticos *SSR*, *SE*, *DW* y  $\bar{R}^2$ , son los valores obtenidos para los mismos al recstrar por OLS cada ecuación imponiendo la homogeneidad lineal en los precios. En la última columna se recoge el valor del test *F* computado en cada ecuación para contrastar la homogeneidad, siendo los valores críticos  $F_{1,20}(0,05) = 4,35$  para las categorías I, II y IV y  $F_{1,19}(0,05) = 4,38$  para la III.

CUADRO A3  
Modelo AIDS: Estimación OLS\*

Categoría	$\alpha_6^*$	$\alpha_{11}$	$\gamma_{11}$	$\gamma_{12}$	$\gamma_{13}$	$\gamma_{14}$	$\beta_i$	$\bar{R}^2$	DW	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	$H_0: \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0$
I	0,485 (3,5)	0,008 (12,7)	0,039 (0,8)	0,074 (1,5)	-0,008 (0,1)	-0,097 (1,7)	-0,019 (0,7)	0,924 (0,924)	2,28 (2,06)	0,153 (0,163)	0,283 (0,285)	$F = 1,30$
II	-0,084 (0,7)	-0,011 (7,4)	0,011 (0,3)	0,036 (1,1)	-0,040 (0,8)	-0,016 (0,3)	0,042 (1,9)	0,980 (0,978)	1,56 (1,56)	0,064 (0,075)	0,189 (0,199)	$F = 3,26$
III	0,006 (0,0)	-0,011 (6,6)	0,065 (1,3)	0,092 (1,7)	-0,027 (0,4)	-0,113 (1,7)	-0,001 (0,0)	0,839 (0,815)	2,07 (1,82)	0,177 (0,214)	0,305 (0,327)	$F = 4,18$
IV	-0,317 (1,1)	0,011 (9,1)	-0,174 (1,7)	-0,371 (3,2)	0,082 (0,6)	0,433 (2,9)	0,165 (3,0)	0,908 (0,899)	2,26 (2,03)	0,828 (0,953)	0,660 (0,690)	$F = 3,01$

\*  $T = 77$ (III) - 83(IV).

Los números entre paréntesis debajo de los coeficientes estimados son los respectivos  $t$ -ratios asintóticos en valor absoluto. Debajo de  $\bar{R}^2$ , SSR, SE y DW, se indican entre paréntesis los valores respectivos obtenidos al imponer la homogeneidad en cada ecuación.

En la última columna, se recoge el valor del test  $F$ , computado para contrastar la homogeneidad individualmente, siendo los valores críticos  $F_{1,20}(0,05) = 4,35$  para las categorías I, III y IV y  $F_{1,19}(0,05) = 4,38$  para la II.

CUADRO A4  
Elasticidades: ROT\*

Categoría	$E_{ii}$	$\sigma_{ii}$	$E_{iM}$
I	-0,091 (0,6)	-0,003 (0,0)	0,196 (2,2)
II	-0,516 (0,4)	-0,444 (0,3)	0,867 (2,9)
III	-0,752 (0,3)	-0,678 (0,3)	1,00 (1,9)
IV	1,75 (5,2)	2,06 (5,4)	0,748 (4,9)

Elasticidades: AIDS\*\*

Categoría	$E_{iM}$	$K_{ii}$	$\sigma_{ii}$	$E_{ii}$
I	0,956 (15,5)	-0,202 (4,0)	-0,478 (4,0)	-0,881 (-)
II	1,50 (5,8)	-0,031 (0,9)	-0,372 (0,9)	-0,498 (-)
III	0,976 (3,0)	-0,100 (1,6)	-1,26 (1,6)	-1,33 (-)
IV	1,40 (10,5)	0,340 (1,6)	0,823 (1,6)	0,246 (-)

\* Calculadas para los valores medios de la muestra y los parámetros del cuadro A2.

\*\* Calculadas para los valores medios de la muestra y los parámetros del cuadro A3;  $K_{ij}$  son los elementos de la matriz ( $K$ )  $n \times n$  cuyas raíces características coinciden en signo con las correspondientes a la matriz  $\rho$  de Slutsky, y se definen como:

$$K_{ij} = \gamma_{ij} + \beta_i \beta_j \log (M/P) - \delta_{ij} W_i + W_i W_j$$

CUADRO A5  
Elasticidades: ROT homogéneo \*

Categoría	$E_{ii}^H$	$\sigma_{ii}^H$	$E_{iM}^H$
I	-0,154 (1,1)	-0,046 (0,3)	0,243 (2,5)
II	-0,439 (0,4)	-0,654 (0,6)	0,867 (3,0)
III	-0,09 (2,3)	1,24 (0,7)	1,19 (2,3)
IV	1,83 (5,5)	2,16 (5,7)	0,797 (5,4)

Elasticidades: AIDS homogéneo \*\*

Categoría	$E_{iM}^H$	$K_{ii}^H$	$\sigma_{ii}^H$	$E_{ii}^H$
I	0,986 (17,1)	-0,239 (6,7)	-0,566 (6,7)	-0,982 (-)
II	1,45 (5,4)	0,006 (0,2)	0,071 (0,2)	-0,050 (-)
III	1,16 (3,5)	-0,102 (28,2)	-1,28 (28,2)	-1,37 (-)
IV	1,33 (10,0)	0,090 (0,6)	0,218 (0,6)	-0,329 (-)

\* Idem que el cuadro A4, siendo  $E_{ii}^H$ ,  $E_{iM}^H$ ,  $\sigma_{ii}^H$  las elasticidades deducidas al imponer la homogeneidad en cada ecuación.

\*\* Idem que A4.

CUADRO A6  
Estimación conjunta: Modelo de Rotterdam \*

Categoría	$\pi_{i1}$	$\pi_{i2}$	$\pi_{i3}$	$\pi_{i4}$	$b_i$	$\alpha_i$	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$
I	-0,004 (0,0)	0,145 (1,3)	-0,041 (0,3)	-0,017 (0,2)	0,098 (2,8)	0,006 (7,0)	0,7698	0,544	2,47	0,909
II	0,013 (0,4)	-0,026 (0,3)	0,049 (0,6)	-0,035 (0,4)	0,075 (3,5)	0,016 (10,1)	0,3181	0,349	2,02	0,976
III	-0,039 (0,5)	0,699 (4,1)	0,079 (0,4)	0,872 (5,7)	0,484 (8,2)	-0,029 (-)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	-0,030 (0,4)	-0,818 (5,3)	-0,087 (0,5)	0,925 (6,8)	0,341 (6,4)	0,007 (5,2)	1,786	0,828	2,30	0,885

\* Métodos de estimación SURE y 3SLS.  $T = 77$ (III) - 83(IV).

Los  $t$ -ratios de los parámetros correspondientes a la ecuación de la categoría III, excluida en la estimación, se deducen mediante un test de Wald, siendo  $b_3 = -\sum_{i \neq 3} b_i$ ,  $\pi_{3i} = -\sum_{j \neq 3} \pi_{ji}$  ( $i, j = 1, \dots, 4$ ).

CUADRO A7  
Estimación conjunta: Modelo AIDS \*

Categoría	$\alpha_i^0$	$\alpha_{i1}$	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$	$\beta_i$	$\bar{R}^2$	DW	SSR $\times 10^{-3}$	SE $\times 10^{-2}$
I	0,565 (4,9)	0,0074 (14,5)	0,061 (1,5)	0,100 (2,4)	-0,034 (0,6)	-0,118 (2,5)	-0,0356 (1,5)	0,920	2,14	0,1633	0,2506
	-0,0114										
	(9,0)										
II	-0,080 (0,8)	0,0327 (18,9)	0,011 (0,4)	0,035 (1,3)	-0,041 (1,0)	-0,014 (0,3)	0,0418 (2,3)	0,981	1,56	0,0647	0,1578
III	0,813 (3,3)	0,0251 (8,5)	0,102 (1,2)	0,246 (2,7)	-0,001 (0,0)	-0,314 (2,7)	-0,1695 (3,6)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	-0,298 (1,2)	0,0116 (11,2)	-0,175 (2,0)	-0,382 (3,9)	0,077 (0,6)	0,448 (3,6)	0,1633 (3,4)	0,910	2,23	0,8299	0,5649

Idem que el anterior:  $\beta_3 = -\sum_{i \neq 3} \beta_i$ ,  $\gamma_{3i} = -\sum_{j \neq 3} \gamma_{ji}$ ,  $i = 1, \dots, 4$

CUADRO A8\*

	ROT	AIDS
<i>Homogeneidad</i>	$H_0: \sum_{j=1}^4 \pi_{ij} = 0$	$H_0: \sum_{j=1}^4 \gamma_{ij} = 0$
$i = 1, 2, 4$	$W = 7,42$ $W^c = 5,04$	$W = 10,64$ $W^c = 6,87$
<i>Simetría</i>	$H_0: \pi_{ij} = \pi_{ji}$	$H_0: \gamma_{ij} = \gamma_{ji}$
$i, j = 1, 2, 4$	$W = 23,91$ $W^c = 16,26$	$W = 15,24$ $W^c = 9,84$

\*  $W$  y  $W^c$  se distribuyen en ambos casos como una  $\chi^2$  con 3 grados de libertad, siendo el valor crítico de  $\chi^2_3(0,05) = 7,81$ .

CUADRO A9

ROT. Homogéneo: Estimación conjunta \*

Categoría	$\pi_{i1}^H$	$\pi_{i2}^H$	$\pi_{i4}^H$	$\beta^H$	$\alpha_i$	$.SSR \times 10^{-3}$	$.SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$
I	-0,021 (0,4)	0,255 (2,4)	-0,045 (0,4)	0,118 (3,1)	0,005 (5,8)	0,950	0,604	2,19	0,893
II	0,011 (0,3)	-0,016 (0,2)	-0,046 (0,5)	0,076 (3,6)	0,016 (10,1)	0,319	0,350	2,04	0,977
III	-0,015 (0,2)	0,576 (3,3)	-0,877 (5,5)	0,445 (7,5)	-0,027 (-)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	0,025 (0,3)	-0,815 (5,2)	0,968 (7,1)	0,361 (6,9)	0,006 (4,9)	1,916	0,858	2,22	0,883

\*  $T = 77$ (III) - 83(IV).

Método de estimación: SURE.

CUADRO A10  
AIDS homogéneo: Estimación conjunta \*

Categoría	$\alpha_0^H$	$\alpha_{11}$	$\gamma_{11}^H$	$\gamma_{12}^H$	$\gamma_{14}^H$	$\beta_i^H$	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$
I	0,524 (4,6)	0,007 (14,7)	0,019 (0,6)	0,060 (1,8)	-0,060 (2,0)	-0,019 (0,9)	0,1728	0,2578	1,93	0,924
		-0,010 (8,3)								
II	-0,089 (0,8)	-0,031 (18,8)	0,035 (1,3)	0,075 (3,7)	-0,079 (3,1)	0,034 (1,7)	0,0757	0,1706	1,58	0,979
III	0,847 (3,1)	0,022 (7,4)	0,004 (0,0)	0,109 (1,5)	-0,101 (1,4)	-0,145 (2,9)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	-0,282 (1,0)	0,012 (12,1)	-0,059 (0,8)	-0,244 (3,3)	0,241 (3,2)	0,130 (2,7)	0,9580	0,6070	2,0	0,902

\*  $T = 77$ (III) - 83(IV). Método de estimación: SURE.

Parámetros de la ecuación  $W_3$  deducidos por las condiciones de agregación, aplicando un test de Wald para hallar los  $t$ -ratios.



CUADRO A11  
AIDS homogéneo y simétrico: estimación conjunta \*

Categoría	$\alpha_{10}^0$	$\alpha_{11}$	$\gamma_{11}^1$	$\gamma_{12}^1$	$\gamma_{14}^1$	$\beta_1^1$	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$
I	0,470 (4,4)	0,007 (15,8)	0,007 (0,3)	0,029 (1,4)	-0,033 (1,6)	-0,009 (0,4)	0,1738	0,2585	1,97	0,924
		-0,011 (7,3)								
II	-0,005 (0,0)	-0,031 (16,9)		0,092 (4,1)	-0,109 (4,3)	0,018 (0,8)	0,0814	0,1769	1,76	0,878
IV	-0,233 (0,8)	0,013 (14,3)		0,120 (2,9)		0,120 (2,5)	1,066	0,6403	1,92	0,890
III	0,768 (-)	0,977 (-)				-0,130 (-)	(-)	(-)	(-)	(-)

\* T = 77(III) - 83(IV). Método de estimación: SURE.

CUADRO A12  
AIDS: Test de validación

Bienes $H_0$	I	II	III	IV
a) <i>Correlación serial: Test de Lagrange*</i>				
$\rho_K = 0$ ( $K = 1, 2, 3, 4$ )	1,06 0,18	1,87 0,74	2,48 1,90	2,21 1,01
$\rho_K = 0$ ( $K = 1$ )	0,57 0,04	0,80 0,21	0,19 3,15	1,74 1,25
$\rho_K = 0$ ( $K = 4$ )	0,08 0,04	1,82 1,62	0,88 0,04	0,60 0,13
b) <i>Exogeneidad precios y renta: Test de Hausman (H)**</i>				
$E(\log q_{it}, \varepsilon_{it}) = 0$	0,12	5,96	0,10	2,49
$E(\log (M/P)_t, \varepsilon_{it}) = 0$	4,39	0,05	7,28	2,11
$E(\log p_t^*, \varepsilon_{it}) = 0$	1,81	3,50	0,10	0,02
c) <i>Estabilidad: Test <math>\chi^2 p</math> y de Chow (<math>F_{ch}</math>)***</i>				
$F_{ch}$	3,80	1,82	2,13	5,05
$\chi_p^2$	11,7	6,00	6,20	14,50

\*  $LG$  se distribuye como una  $\chi^2_4$  para  $\rho_K = 0$ ,  $K = 1, 2, 3, 4$ , cuyo valor crítico es  $\chi^2_4(0,05) = 9,49$ ; para  $K = 4$ , o,  $K = 1$ ,  $LG$  se distribuye como una  $\chi^2_1$ , siendo  $\chi^2_1(0,05) = 3,84$ .

En cada cuadro, el valor superior corresponde al modelo no homogéneo y el inferior al homogéneo.

\*\*  $H$  se distribuye como una  $F_{1,18}$  en los grupos I, III y IV y  $F_{1,17}$  en II;  $F_{1,18}(0,05) = 4,41$  y  $F_{1,17}(0,05) = 4,45$ .

\*\*\*  $F_{ch}$  se distribuye como una  $F_{4,15}(0,05) = 3,06$  en I, III y IV y como  $F_{4,14}(0,05) = 3,11$  en III.;  $\chi_p^2$  se distribuye como una  $\chi^2_4(0,05) = 9,48$ .

CUADRO A13  
ROT: Test de validación

Bienes $H_0$	I	II	III	IV
a) <i>Correlación serial: Test de Lagrange (LG)*</i>				
$\rho_K = 0$ ( $K = 1, 2, 3, 4$ )	4,35 1,26	1,08 1,08	3,47 1,71	4,15 4,51
$\rho_K = 0$ ( $K = 1$ )	3,22 2,53	0,0 0,0	0,25 1,26	0,73 0,34
$\rho_K = 0$ ( $K = 4$ )	1,05 2,00	0,50 0,48	2,16 0,04	0,71 1,36
b) <i>Exogeneidad precios y renta: Test de Hausman (H)**</i>				
$E(Dq_{it}, \varepsilon_{it}) = 0$	1,0	0,17	0,0	2,8
$E(DM_{it}, \varepsilon_{it}) = 0$	1,7	0,05	1,7	6,2
c) <i>Estabilidad: Test Chow (<math>F_{ch}</math>) y <math>\chi_p^2</math>***</i>				
$F_{ch}^*$	3,61	2,55	1,61	2,64
$F_{ch}^{**}$	4,28	2,60	1,20	1,61
$\chi_p^2$	12,61	6,91	2,56	3,65

\*  $LG$  se distribuye como una  $\chi_4^2$  para  $\rho_K = 0$  y  $K = 1, 2, 3, 4$ , siendo  $\chi_4^2(0,05) = 9,49$ ; para  $K = 1$  o  $K = 4$  es  $LG \sim \chi_1^2(0,05) = 3,48$ .

\*\*  $H$  se distribuye como una  $F_{1,18}$  en los grupos I, III y IV, y como  $F_{1,17}$  en II.

\*\*\*  $F_{ch}^*$  se distribuye como  $F_{13,7}(0,05) = 3,57$ .

$F_{ch}^{**}$  se distribuye como  $F_{4,16}(0,05) = 3,01$ .

$\chi_p^2$  se distribuye como  $\chi_4^2(0,05) = 9,48$ .

$F_{ch}^*$  se computa tomando las dos submuestras:

$T_1 = 77(\text{III}) - 80(\text{III})$  y  $T_2 = 80(\text{IV}) - 83(\text{IV})$ .

$F_{ch}^{**}$  se computa para  $T_1 = 77(\text{III}) - 82(\text{III})$  y  $T_2 = 83(\text{I}) - 83(\text{IV})$ , al igual que  $\chi_p^2$ .

CUADRO A14  
Modelos dinámicos

Hipótesis	Modelos resultantes	Número de restricciones en cada ecuación*
$H_0: \pi_1 = -\pi_2$ $\gamma = 1$	Primeras diferencias: $\Delta W_t = \pi \Delta x_t + U_t$	$r = 7$ $r' = 8$
$H_0: \pi_2 = -\pi_1 \gamma$	Estático con AR(1): $W_t = \pi_1 x_t + \varepsilon_t$ $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t$	$r = 6$ $r' = 7$
$H_0: \gamma = 0$	Desfases distribuidos: $W_t = \pi_1 x_t + \pi_2 x_{t-1} + \varepsilon_t$	$r = r' = 1$
$H_0: \pi_2 = 0$	Ajuste parcial: $W_t = \gamma W_{t-1} + \pi_1 x_t + \varepsilon_t$	$r = 6$ $r' = 7$
$H_0: \gamma = \pi_2 = 0$	Estático: $W_t = \pi_1 x_t + \varepsilon_t$	$r = 7$ $r' = 8$

\*  $r$  = restricciones para las ecuaciones de las categorías I, III y IV.  
 $r'$  = restricciones para la categoría II.

CUADRO A15  
Especificación dinámica: Resultados\*

Categoría $H_0$	I	II	III	IV
$H_0: \pi_1 = -\pi_2$ $\gamma = 1$	$F_{7,12} = 7,8$	$F_{8,10} = 13,6$	$F_{7,12} = 2,4$	$F_{7,12} = 0,9$
$H_0: \pi_2 = -\pi_1 \gamma$	$F_{6,12} = 1,6$	$F_{7,10} = 0,3$	$F_{6,12} = 0,0$	$F_{6,12} = 0,1$
$H_0: \gamma = 0$	$F_{1,12} = 2,4$	$F_{1,10} = 0,0$	$F_{1,12} = 0,5$	$F_{1,12} = 1,2$
$H_0: \pi_2 = 0$	$F_{6,12} = 4,1$	$F_{7,10} = 0,9$	$F_{6,12} = 0,9$	$F_{6,12} = 0,7$
$H_0: \pi_2 = \gamma = 0$	$F_{7,12} = 3,7$	$F_{8,10} = 0,8$	$F_{7,12} = 0,7$	$F_{7,12} = 1,1$

\* Valores críticos al nivel de significación del 5 por 100.

$$F_{7,12} = 2,91 \quad , \quad F_{8,10} = 3,07$$

$$F_{6,12} = 3,00 \quad , \quad F_{7,10} = 3,14$$

$$F_{1,12} = 4,75 \quad , \quad F_{1,10} = 4,96$$

CUADRO A16  
Modelo dinámico general \*

Categoría	$\alpha_i^*$	$\alpha_{i1}^0$	$\alpha_{ig}^0$	$\gamma_{i1}^0$	$\gamma_{i2}^0$	$\gamma_{i3}^0$	$\gamma_{i4}^0$	$\beta_i^0$	$\gamma_i$	$\alpha_{i1}$
I	0,198 (0,3)	0,007 (13,9)	-0,005 (1,6)	0,080 (1,9)	0,133 (1,9)	0,002 (0,0)	-0,105 (1,4)	-0,089 (3,5)	0,100 (1,1)	-0,000 (-)
II	-0,341 (0,6)	-0,027 (2,1)	-0,002 (0,7)	0,065 (1,5)	0,174 (1,8)	-0,000 (-)	0,039 (0,4)	0,044 (1,5)	0,014 (0,0)	-0,000 (-)
III	-1,60 (2,5)	-0,012 (5,4)	-0,009 (2,5)	0,147 (2,7)	-0,035 (0,4)	-0,036 (0,3)	0,056 (0,6)	0,064 (2,0)	-0,138 (0,7)	-0,008 (2,8)
IV	0,473 (0,2)	0,011 (4,8)	0,008 (0,8)	-0,354 (2,2)	-0,551 (1,8)	-0,069 (0,2)	0,242 (0,9)	0,180 (2,2)	-0,304 (0,9)	0,005 (1,0)

\*  $W_{it} = \pi_1 X_{it} + \pi_2 X_{it-1} + \gamma_i W_{it-1} + \epsilon_{it}$   $T = 77(\text{III}) - 83(\text{IV})$

$\pi_1 = (\alpha_{i1}^*, \alpha_{i1}^0, \alpha_{ig}^0, \beta_i^0, \gamma_{i1}^0)$ ,  $i, j = 1, \dots, 4$

$\pi_2 = (\alpha_{i1}^*, \gamma_{ij}^0, \beta_i^0)$ ,  $i, j = 1, \dots, 4$

$\alpha_{ig}^0$  es el coeficiente asociado a una tendencia temporal incluida inicialmente en cada ecuación. Método de estimación OLS.

CUADRO A16  
Modelo dinámico general (Continuación)

$\gamma_{11}$	$\gamma_{12}$	$\gamma_{13}$	$\gamma_{14}$	$\beta_i$	$\bar{R}^2$	DW	SSR $\times 10^{-3}$	SE $\times 10^{-2}$
0,016 (0,4)	-0,166 (2,5)	-0,017 (0,2)	0,197 (2,5)	-0,003 (0,1)	0,967	2,47	0,0387	0,1877
-0,025 (0,7)	-0,151 (1,7)	-0,026 (0,3)	-0,013 (0,1)	-0,019 (0,6)	0,978	2,43	0,0368	0,2022
-0,010 (0,2)	-0,061 (0,8)	0,009 (0,1)	0,206 (1,9)	0,007 (0,2)	0,895	2,18	0,0670	0,2469
0,030 (0,2)	0,189 (0,6)	0,117 (0,5)	0,091 (0,2)	0,107 (1,0)	0,895	2,61	0,5450	0,7038

CUADRO A17  
Estimación OLS: AIDS dinámico \*

Categoría	$\alpha_0^*$	$\alpha_{t1}$	$\alpha_{t2}$	$\alpha_{t3}$	$\gamma_{t1}$	$\gamma_{t2}$	$\gamma_{t3}$	$\gamma_{t4}$	$\beta_t$	$SSR \times 10^{-3}$	$SE \times 10^{-2}$	DW	$\bar{R}^2$	$H_0: \sum_j \gamma_{ij} = 0$
I	0,437 (1,0)	0,007 (13,4)	-0,0004 (2,50)	-0,001 (0,5)	0,068 (1,5)	0,110 (2,0)	-0,016 (0,2)	-0,111 (1,5)	-0,040 (1,4)	0,1100 (0,1137)	0,254 (0,251)	2,20 (2,11)	0,939 (0,941)	$F = 0,60$
II	-0,444 (1,4)	-0,012 (4,8)	0,0004 (0,1)	-0,002 (1,2)	0,029 (0,8)	-0,000 (0,0)	-0,021 (0,4)	0,055 (0,7)	0,045 (0,7)	0,0588 (0,0632)	0,191 (0,192)	1,77 (1,57)	0,980 (0,980)	$F = 1,27$
III	-0,787 (1,7)	-0,011 (6,6)	0,0004 (1,1)	-0,004 (1,5)	0,094 (2,0)	0,038 (0,6)	0,001 (0,0)	0,006 (0,0)	0,034 (1,0)	0,142 (0,169)	0,289 (0,306)	2,44 (2,20)	0,856 (0,838)	$F = 3,42$
IV	0,815 (0,7)	0,012 (8,6)	0,0000 (0,1)	0,007 (1,0)	-0,213 (1,9)	-0,272 (1,8)	-0,008 (0,0)	0,254 (1,0)	0,140 (2,2)	0,7674 (0,834)	0,671 (0,681)	2,52 (2,30)	0,904 (0,901)	$F = 1,57$

\*  $T = 77$ (III) - 83(IV). Modelo estimado [8].  
Debajo de los coeficientes  $\alpha_0^*$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_{ij}$ ,  $\alpha_{ij}$  estimados se indican entre paréntesis los  $t$ -ratios asintóticos respectivos. Los valores entre paréntesis debajo de  $\bar{R}^2$ , DW, SSR y SE corresponden a los obtenidos tras imponer la homogeneidad en cada ecuación, siendo el valor del test  $F$  computado para contrastar dicha restricción el que se incluye en la última columna. Para las categorías I, III y IV el valor crítico de  $F_{1,18}(0,05) = 4,41$  para la II,  $F_{1,17}(0,05) = 4,45$ .

CUADRO A18  
Elasticidades: AIDS dinámico\*

Categoría	$E_{iM}$	$K_{ii}$	$\sigma_{ii}$	$E_{ii}$
I	0,907 (13,9)	-0,166 (3,2)	-0,393 (3,2)	-0,775
II	1,53 (5,8)	-0,067 (1,5)	-0,794 (1,5)	-0,922
III	1,43 (3,5)	-0,065 (0,9)	-0,825 (0,9)	-0,937
IV	1,34 (8,9)	0,118 (0,4)	0,287 (0,4)	-0,265

\* Calculadas para los parámetros OLS del cuadro A17 y los valores medios de la muestra,  $T = 77(\text{III}) - 83(\text{IV})$ .



CUADRO A19  
Modelo LESGH

Categoría	$\gamma_{10}$	$\gamma_{11}$	$\gamma_{1g}$	$\gamma_{1H}$	$\beta_1$	$\bar{R}^2$	$SE \times 10^{-2}$	$SSR \times 10^{-3}$	DW
I	43,44 (4,3)	3,23 (8,1)	-0,012 (0,0)	-0,184 (2,4)	0,344 (12,2)	0,80	0,2270	0,1342	2,30
II	5,01 (2,1)	-2,54 (5,3) -6,76 (17,1)	-0,115 (0,9)	-0,017 (0,2)	0,090 (8,3)	0,91	0,1941	0,0980	2,40
III	-1,30 (0,1)	-2,74 (7,1)	-0,013 (0,0)	0,013 (1,1)	0,089 (4,0)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	-11,5 (0,9)	5,03 (10,0)	-0,051 (0,0)	0,076 (0,9)	0,476 (16,2)	0,77	0,4992	0,6480	2,27

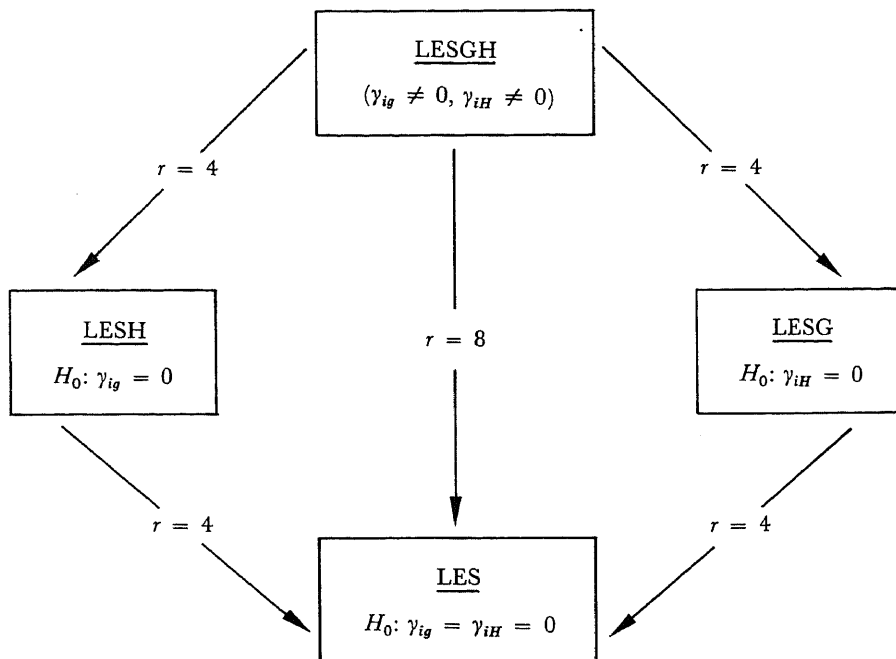
\* Método de estimación SURE para el período 1977(III) - 1983(IV).

Valor absoluto de *t*-ratios asintóticos entre paréntesis.

Valor máximo de la función de verosimilitud:  $\log L = 364,091$ .

Ecuación omitida en la estimación: categoría de gasto III( $W_3$ ), cuyos parámetros, se deducen por las condiciones de agregación en función de los valores estimados en las restantes ecuaciones, e instrumentando un test de Wald para contrastar su significación.

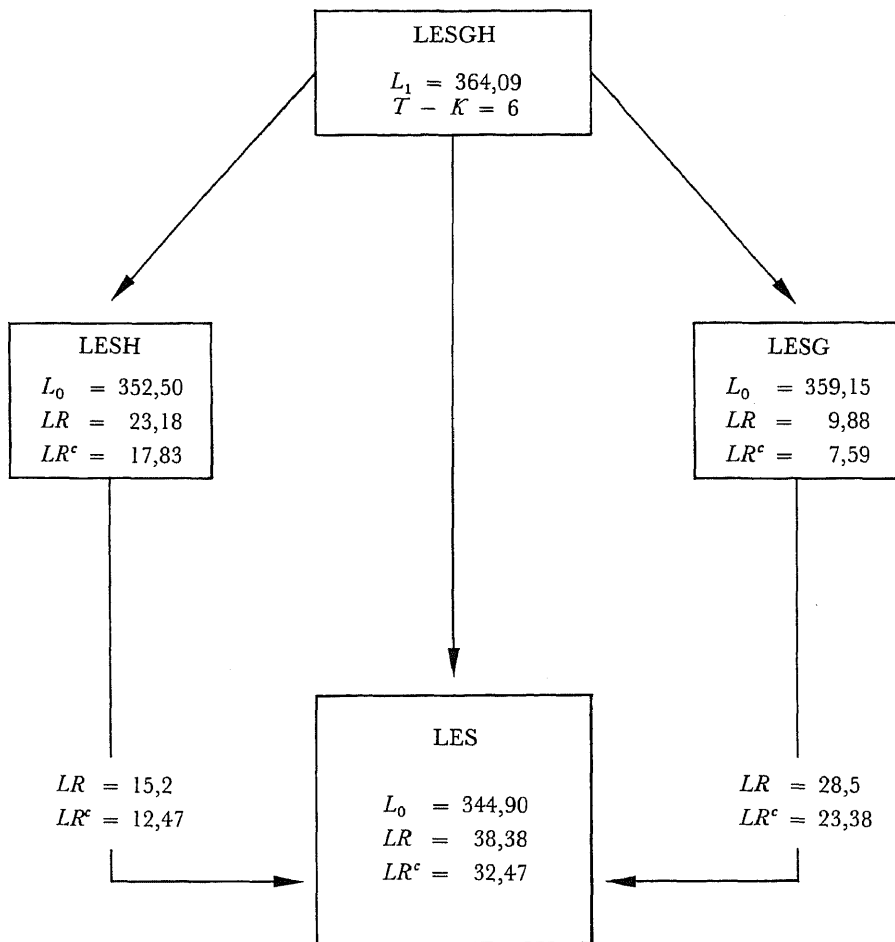
CUADRO A20  
Dinámica rígida



$r$  = número de restricciones para pasar sucesivamente del modelo general LESGH a cada uno de los modelos indicados en los recuadros.

CUADRO A21

Contraste de restricciones: dinámica rígida\*



\* Valor crítico de  $X_4^2 = 9,41$  y  $X_8^2 = 15,1$  al nivel de significación del 5 por 100.

$K$  = Total de parámetros del modelo LESGH.

$T$  = Tamaño de la muestra empleada (26 observaciones).

CUADRO A22  
Modelo LESG\*

Categoría	$\gamma_{i0}$	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{ig}$	$\beta_i$	$SE \times 10^{-2}$	$SSR \times 10^{-3}$	DW	$\bar{R}^2$
I	22,63 (2,5)	3,77 (7,5)	-0,39 (0,5)	0,38 (13,3)	0,266	0,185	2,34	0,837
II	7,58 (3,8)	-2,77 (11,1) -6,99 (26,9)	-0,17 (1,3)	0,08 (9,0)	0,191	0,094	2,05	0,950
III	7,05 (1,9)	-3,14 (10,5)	-0,06 (0,5)	0,06 (-)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	7,41 (0,8)	4,39 (10,1)	-0,45 (0,6)	0,46 (9,0)	0,521	0,708	2,28	0,855

\* Estimaciones SURE para el período 77(III) - 83(IV).  
Valor absoluto de *t*-ratios asíntóticos entre paréntesis.

CUADRO A23  
Modelo LESNW \*

Categoría	$\gamma_{10}$	$\gamma_{11}$	$\gamma_{1H}$	$\gamma_{1g}$	$\beta_i$	$SE \times 10^{-2}$	$SSR \times 10^{-3}$	DW	$R^2$	$\bar{R}^2$
I	36,60 (4,4)	3,22 (9,3)	-0,15 (2,4)	(-)	0,342 (13,9)	0,228	0,136	2,32	0,952	0,900
II	5,12 (2,5)	-2,68 (10,51) -6,90 (27,2)	(-)	-0,10 (7,0)	0,083 (10,2)	0,196	0,099	2,16	0,980	0,956
III	(-)	-2,86 (10,7)	0,10 (1,7)	(-)	0,078 (16,7)	(-)	(-)	(-)	(-)	(-)
IV	-13,6 (1,9)	5,00 (10,1)	(-)	(-)	0,494 (19,9)	0,524	0,714	2,29	0,941	0,877

\* Log L = 363,322.

Estimaciones: SURE para el período 77(III) - 83(IV).

$$\beta_3 = 1 - \sum_{i \neq 3}^4 \beta_i$$

CUADRO A24\*  
Elasticidades Gasto Medias ( $E_{iM}$ )

$E_{iM}$ Modelos	I	II	III	IV
LESGH	0,81 (12,2)	1,06 (8,3)	1,12 (4,0)	1,15 (16,12)
LESG	0,91 (13,3)	0,98 (9,0)	0,82 (3,9)	1,12 (15,6)
LESH	0,80 (12,5)	1,26 (7,5)	1,17 (4,3)	1,11 (16,4)
LES	0,87 (13,4)	1,36 (11,6)	0,84 (4,2)	1,08 (16,9)
LESNW	0,81 (13,9)	0,98 (10,2)	0,98 (16,7)	1,19 (19,9)

Elasticidades Propio Precio Medias ( $E_{ii}$ )

$E_{ii}$ Modelos	I	II	III	IV
LESGH	-0,847 (12,3)	-0,994 (7,8)	-1,049 (3,8)	-1,044 (15,1)
LESG	-0,896 (11,5)	-0,897 (8,5)	-0,765 (3,7)	-1,008 (15,4)
LESH	-0,876 (18,9)	-1,244 (7,6)	-1,169 (4,3)	-1,068 (21,0)
LES	-0,912 (17,6)	-1,296 (13,0)	-0,838 (4,2)	-1,035 (12,8)
LESNW	-0,867 (20,2)	-0,971 (10,3)	-0,975 (17,9)	-1,060 (29,2)

\* Calculadas para los medios de la muestra y los parámetros SURE de cada modelo. Entre paréntesis indica el valor absoluto de los  $t$ -ratios asintóticos deducidos mediante un test de Wald.

$$E_{iM} = \beta_{iM} W_i ; E_{ii} = -1 + \{\gamma_{ii}^* (1 - \beta_i) / X_{ii}\}$$

CUADRO A25  
Elasticidades LESNW\*  
Precio ( $E_{jj}$ )

$i \backslash j$	Gasto ( $E_{iM}$ )				$E_{iM}$
	1	2	3	4	
1	-0,867 (20,2)	-0,002 (0,3)	-0,001 (0,4)	0,075 (2,5)	0,810 (13,9)
2	-0,083 (2,9)	-0,971 (10,3)	-0,002 (0,4)	0,092 (2,1)	0,989 (10,2)
3	-0,083 (3,5)	-0,002 (0,3)	-0,975 (17,9)	0,091 (2,3)	0,988 (16,7)
4	-0,103 (3,0)	-0,003 (0,3)	-0,002 (0,4)	-1,06 (29,2)	1,19 (19,9)

\* Valores medios de la muestra;  $T = 77(\text{III}) - 83(\text{IV})$ .  
Leído horizontalmente se indica el efecto de los cambios en el precio del bien  $j$  sobre la cantidad demandada del bien  $i$ .

$$E_{ij} = - \frac{\beta_i \gamma_j^* q_j}{q_i X_i}$$

$$E_{iM} = \beta_i / W_i$$

CUADRO A26  
Elasticidades compensadas LESNW\*

$i \backslash j$	1	2	3	4
	1	-0,525 (22,4)	0,362 (8,0)	0,063 (9,6)
2	0,334 (9,9)	-0,886 (10,3)	0,077 (9,1)	0,493 (8,1)
3	0,331 (9,6)	0,082 (9,1)	-0,896 (17,7)	0,489 (15,3)
4	0,413 (21,9)	0,550 (8,1)	0,095 (15,3)	-0,596 (27,4)

$$* \sigma_{ij} = (\beta_i - \delta_{ij}) \left\{ \frac{(x_j - \gamma_j^*) q_j}{x_i q_i} \right\}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si } i \neq j \\ 1, & \text{si } i = j \end{cases}$$

## Referencias

- Anderson, G. J., y Blundell, R. W. (1982a): «Estimation and hypothesis testing in dynamic singular equations systems», *Econometrica*, vol. 50, págs. 1559-1573.
- Anderson, G. J., y Blundell, R. W. (1982b): «A dynamic system for consumer non durables in the UK», *Univ. of Southampton*, Disc. Papers in Economics and Econometrics, núm. 8228.
- Barnet, W. A. (1984): «On the flexibility of the Rotterdam model: A first empirical look», *European Economic Review*, vol. 24, págs. 285-289.
- Barnet, W. A. (1969): «Maximum Likelihood estimation of a complete system of demand equations», *European Economic Review*, vol. 1, págs. 7-73.
- Berndt, E. R., y Savin, N. E. (1975): «Estimation and hypothesis testing in singular equations systems with autoregressive disturbances», *Econometrica*, vol. 43, págs. 937-958.
- Bronsard, C., y Salvas-Bronsard, L. (1984): «On price exogeneity in complete demand system», *Disc. Paper Univ. Montreal*.
- Byron, R. P. (1970): «A simple method for estimating demand system under separable utility assumptions», *Review of Economic Studies*, vol. 37.
- Deaton, A. (1980): *Demand Analysis*, Univ. of Bristol, mimeo.
- Deaton, A., y Muellbauer, S. (1980): «An Almost Ideal Demand System», *American Economic Review*, vol. 70, págs. 313-325.
- Hausman, J. A. (1978): «Specification test in econometrics», *Econometrica*, vol. 46, págs. 1251-1271.
- Hendry, D., y Mizon, G. (1978): «Serial correlation as a convenient simplification, not a nuisance: A comment on a study of the demand for money by the Bank of England», *Economic Journal*, vol. 88, págs. 549-563.
- Klein, L., y Rubin, H. (1948): «A constant-utility Index of Cost Living», *Review of Economics Studies*.
- Klevmarcken, A. (1979): «A comparative study of complete systems of demand functions», *Journal of Econometrics*, vol. 10, págs. 165-191.
- Laitinen, K. (1978): «Why is demand homogeneity so often rejected?», *Economic Letters*, vol. 1, págs. 187-191.
- Mauleón, I. (1984): «Algunos factores de corrección para contrastes econométricos», mimeo, Servicio de Estudios, Banco de España.
- McKenzie, G., y Thomas, S. (1982): «Pitfalls in modelling consumer behaviour», Disc. Paper, núm. 8120, Univ. of Southampton.
- Pollack, R. A., y Wales, T. J. (1969): «Estimation of the Linear Expenditure System», *Econometrica*, vol. 37, págs. 611-628.
- Ray, R. (1980): «Analysis of a time series household expenditure surveys for India», *Review of Economic Studies*, vol. 62, págs. 595-602.
- Ray, R. (1985): «Specification and time series estimation of dynamic Gorman Polar Form demand system», *European Economic Review*, vol. 27, págs. 357-374.
- Sanz, R. (1974): *Teoría Estática y Dinámica de la Demanda*, Instituto de Estudios Económicos (ed.).
- Stone, R. (1954): «Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An application to the pattern of British demand», *Economic Journal*, vol. 64, págs. 511-527.
- Theil, H. (1965): «The information approach to demand analysis», *Econometrica*, vol. 33, págs. 67-87.
- Thomas, S. (1983): «A dynamic CES consumer demand model», Univ. of Southampton, *Working Paper*, núm. 8306.
- Zellner, A. (1962): «An efficient method of estimationg seemingly unrelated regressions and test for aggregation bias», *Journal of the American Statistical Association*, vol. 57, págs. 348-368.



**Abstract**

In this paper we estimate the coefficients of three alternative complete demand systems for the Spanish available quarterly time series data. After estimating static specifications of the Rotherdam, Quasi-ideal and LES systems, we examine alternative dynamic specifications of those. Empirical validation of the models is tested according to the following criteria: non serial autocorrelation, exogeneity of the independent variable and stability of the parameters estimated. The final result is that only one dynamic specification of LES accomplish the whole of both theoretical and empirical constraints.

*Recepción del original, julio de 1987.*

*Versión final, diciembre de 1987.*