

FLUJOS ESPAÑOLES DE COMERCIO INTERNACIONAL Y ECUACION DE GRAVEDAD. UNA APLICACION PARA EL PERIODO 1960-1985*

Marcos SANZO, Rogelio CUAIRAN, Fernando SANZ

Universidad de Zaragoza

Este trabajo pretende contribuir a cubrir una laguna en el estudio del comportamiento del comercio exterior español: la modelización de sus flujos bilaterales. Contiene la estimación de una interpretación libre de la ecuación de gravedad para cada uno de los años del período 1960-1985. Su preocupación central es determinar la forma funcional de dicha ecuación y la tesis fundamental que en él se confirma es que resulta estadísticamente aceptable una misma forma funcional para los veintiséis años, que ésta es distinta de la doble logarítmica usada habitualmente y que el nivel explicativo de las ecuaciones estimadas resultantes es muy satisfactorio. Se detectan, por último, comportamientos dinámicos en los coeficientes estimados que demandan atención adicional en el futuro.

1. Introducción

Cualquier interesado en la modelización de los flujos bilaterales de comercio exterior español debe enfrentarse inevitablemente a la necesidad de plantear el problema desde su origen porque no existen referencias al respecto en la literatura. Esta situación contrasta notablemente con los estudios disponibles sobre la modelización del comportamiento temporal de los agregados (exportaciones e importaciones) o de alguno de sus componentes sectoriales, ya que la disponibilidad en este caso es muy amplia, pudiendo citarse como trabajos destacables CECA (1978), Bonilla (1978), Casado y otros (1982), Maravall (1984), Mauleón (1986) y Bajo (1987).

Las razones de dicha carencia pueden ser muy diversas, pero sin duda destacan tres: la inexistencia de una teoría que explique claramente el comportamiento de los flujos bilaterales de comercio, la superioridad que muestran en la predicción los modelos que estudian el comportamiento temporal y la menor información muestral que requieren estos últimos para llegar a conclusiones informativas.

Ahora bien, si el interés reside en estudiar y valorar cómo cambia el comercio bilateral entre países como consecuencia de la adopción de alguna medida de

* Trabajo realizado en el marco de los proyectos PB86-0180 de la CICYT y PB88-0387 de la DGIGYT.

carácter discriminatorio (la integración en una unión aduanera, por ejemplo) es necesaria la modelización de los flujos bilaterales. En otras palabras, para plantear la cuantificación del impacto de la integración de España en la CEE, por ejemplo, será preciso acometer la tarea de modelizar los flujos españoles de comercio bilateral.

Dicha modelización puede llevarse a cabo de diversas formas entre las que estacan tres. La primera es la ecuación de gravedad, la segunda los sistemas de demanda y la tercera la que utiliza la función de beneficio. Este trabajo contiene una aportación que los autores consideran preliminar e imprescindible para llevar a cabo una aplicación de la primera de ellas con el máximo de garantía. El lector interesado en conocer la metodología, sustancialmente diferente a la aquí empleada, en la que se basan las otras dos alternativas puede acudir a Winters (1984) y Martínez (1988).

La ecuación de gravedad ha sido aplicada con éxito en múltiples ocasiones para la modelización de flujos bilaterales de comercio y dichas modelizaciones se han utilizado posteriormente para analizar medidas de política comercial. A pesar de que existe una formulación básica de dicha ecuación, los distintos trabajos la modifican en algún sentido, si bien se mantiene siempre el mismo núcleo básico de variables.

En esa línea de adaptación de la ecuación a las necesidades y a los criterios de quien la utiliza, también aquí se hace una interpretación libre de la propia ecuación y de la forma de aplicarla. Este hecho se materializa en dos aspectos. El primero es el que se refiere al marco de aplicación, ya que en lugar de estimarla utilizando todos los flujos recíprocos de todos los países de la muestra, solamente consideramos los flujos españoles en los dos sentidos, porque es lo que interesa modelizar y sobre los que con posterioridad (en trabajos venideros) se podrán hacer aplicaciones. El segundo aspecto en el que se interpreta libremente la ecuación es en la forma funcional. La formulación básica de la ecuación de gravedad es una función doblemente logarítmica y en este trabajo se permite que, en base a transformaciones Box-Cox, pueda adoptar cualquier otra forma, lo cual obligará a diseñar el procedimiento por el cual se determina óptimamente la forma funcional.

Dicha versión libre se aplica a una muestra de datos del comercio exterior español que contiene los flujos de manufacturas con treinta países, que suponen entre el 85 y el 90 % del total de comercio español en manufacturas, durante los veintiséis años que van desde 1960 hasta 1985. La ecuación que se estima tiene cuatro tipos de variables susceptibles de transformación: endógena (flujos monetarios de comercio), rentas per cápita, poblaciones y distancia. Una vez que se determinan las transformaciones óptimas para cada tipo de variable, se comprueba que son muy similares en los distintos años y se procede, en consecuencia, a seleccionar una forma funcional común para todos ellos (mismo parámetro de transformación para cada tipo de variable), que resulte aceptable desde el punto de vista estadístico. Naturalmente, es distinta de la doblemente logarítmica puesto que por medio de un contraste

de la razón de verosimilitud se comprueba que en ninguno de los años es aceptable esta última al nivel de significación del 5 %.

Es necesario advertir, por último, que las estimaciones obtenidas reflejan el hecho de que las variables monetarias (flujos comerciales y rentas) están medidas en pesetas corrientes, como corresponde al concepto de ecuaciones de gravedad. Por ello son sistemáticamente variables en el tiempo y, por ejemplo, la varianza estimada de la perturbación posee una tendencia claramente creciente. Tal constatación indica claramente que hay un comportamiento dinámico en la ecuación a lo largo del tiempo, que tiene el mayor interés científico y aplicado, pero cuyo tratamiento desborda las pretensiones y el límite de espacio recomendable de este artículo, cuyo objetivo central, la determinación de la forma funcional, tiene la suficiente entidad teórica y aplicada como para que su correcta resolución concentre toda la atención.

En lo que sigue, el orden en el que se van a tratar estos temas es el siguiente. En el apartado 2 se lleva a cabo la presentación de las características fundamentales de la ecuación de gravedad. En el apartado 3 se especifica la interpretación particular que se hace de la misma en este trabajo. En el apartado 4 se expone el método de determinación de la forma funcional óptima y, por último, en el apartado 5 se presentan los resultados obtenidos para los 26 años.

2. Ecuación de gravedad

La utilización de la ecuación de gravedad como instrumento para la modelización de flujos bilaterales de comercio internacional tiene su origen en una teorización intuitiva y no en un desarrollo de tipo hipotético-deductivo. Esta ausencia de fundamento teórico sólido persiste todavía en la actualidad puesto que no existe ninguna teoría del comercio internacional con la que sea directamente coherente y de la que forme parte.

Fue desarrollada originalmente en una serie de modelos econométricos de comercio bilateral por Tinbergen (1962) y por Pöyhönen (1963), de manera independiente uno de otro. Este modelo explicaba el comercio entre dos países en términos del producto nacional bruto, Y , y la distancia entre ellos, D_{ij} .

$$X_{ij} = c_i c_j \frac{(Y_i)^a (Y_j)^b}{(1 + e D_{ij})^f}$$

donde X_{ij} es el total de ventas del país i al j y las letras minúsculas son coeficientes a estimar. Por la similitud de esta ecuación con la newtoniana se le ha denominado «ecuación de gravedad».

Linnemann (1966) extendió dicho modelo incluyendo las poblaciones de los dos países como variables explicativas y trató de justificar el por qué de la inclusión de las variables en términos teóricos, aunque no fue muy riguroso en su planteamiento.

La ecuación así resultante, considerando también las poblaciones, es lo que podemos llamar «formulación básica» de la ecuación de gravedad. Complementada de diversas maneras ha permitido obtener resultados empíricos muy satisfactorios, como puede verse en multitud de trabajos entre los que cabe citar Linnemann (1966), Aitken (1973) y Leamer (1974).

Según Deardorff (1984) el éxito empírico de la ecuación de gravedad debe ser atribuido a que incorpora variables que permiten recoger la mayor parte de una serie de fenómenos observados que la teoría convencional no explica: el comercio entre países industrializados, el comercio intraindustrial y la ausencia de costosas reasignaciones de recursos en los procesos de liberalización de comercio.

La formulación básica de la ecuación de gravedad queda como sigue:

$$M_{ij} = A Y_i^{\beta_1} Y_j^{\beta_2} L_i^{\beta_3} L_j^{\beta_4} D_{ij}^{\beta_5} \quad [1]$$

en donde:

M_{ij} = Valor corriente de las ventas del país i al j .

A = Constante.

Y = Valor corriente de la renta.

L = Población.

D = Distancia.

Los β son parámetros. Esta ecuación se caracteriza porque es de validez general al ser aplicable a todos los países por igual y es simétrica porque proporcióna los flujos de comercio en los dos sentidos, sin más que intercambiar entre sí las variables del país i por las del país j .

A esta ecuación se le pueden añadir otras variables de forma multiplicativa, como pueden ser ficticias de pertenencia a alguna zona de libre comercio o de vecindad, niveles de protección, etc.

Ha habido diversos intentos de proporcionar una fundamentación teórica a la ecuación de gravedad de las que cabe destacar Leamer-Stern (1970), Aitken (1973), Geraci-Prewo (1977) y (1982), Anderson (1979), Sapir (1981) y Bergstrand (1985). No vamos a hacer referencia a todas ellas porque no es el lugar apropiado, pero sí que tiene interés detenerse en las dos aportaciones más notables, que son las de Anderson y Bergstrand. Anderson (1979) deduce una forma funcional semejante a la ecuación de gravedad a partir de un sistema de gasto en el que todos los países tienen idéntica función de utilidad y existe diferenciación de productos por países de origen, para lo que necesita introducir hipótesis *ad-hoc* sobre la dependencia de determinadas proporciones demandadas de la distancia entre países. Bergstrand (1985) concluye que la ecuación de gravedad es una forma reducida de un subsistema de equilibrio parcial proveniente de un modelo de equilibrio general del comercio mundial con los bienes diferenciados, también, por países de origen. Considera un único factor productivo, que las funciones de producción y utilidad son del

tipo CES y que hay separabilidad en la función de utilidad entre importables y producción doméstica. Por último, para que tenga sentido el equilibrio parcial supone que los flujos bilaterales son muy pequeños respecto a las producciones de los países y que son idénticas sus funciones de utilidad y producción.

Lo cierto es que ninguna de estas dos aportaciones permiten integrar a la ecuación en una teoría del comercio internacional de una forma coherente y directa. Es más, su misma compatibilidad con la teoría Heckscher-Ohlin se puede poner seriamente en duda como puede comprobarse en Sanso, Cuairán y Sanz (1989), en donde se demuestra para el modelo $2 \times 2 \times 2$ con preferencias y tecnología de tipo Cobb-Douglas que no existe tal compatibilidad entre ambas.

Todo lo dicho hasta ahora respecto a la base teórica de la ecuación de gravedad puede resumirse en algo que ya adelantábamos al principio del apartado, es decir, la inexistencia (de momento) de una justificación que la dote de contenido teórico riguroso, así como la imposibilidad de integrarla claramente en alguna teoría del comercio internacional. En consecuencia, debe ser tomada como un mero instrumento empírico, útil para explicar un fenómeno económico.

3. Una interpretación libre de la ecuación de gravedad: transformación Box-Cox

Como hemos adelantado previamente, ni vamos a emplear directamente la ecuación en la forma básica [1], ni lo haremos en el contexto en el que se hace habitualmente. Empezando por la segunda cuestión, sólo la vamos a aplicar a los flujos bilaterales en lugar de hacerlo para todos los flujos recíprocos. La razón es obvia: queremos conocer, exclusivamente, cuál es el comportamiento de los flujos españoles, prescindiendo de todos los demás; por otra parte, no sólo no existe ningún impedimento teórico que nos prohíba proceder así, sino que las aportaciones de Anderson y Bergstrand lo convierten en algo perfectamente justificable.

La primera cuestión se refiere a la forma funcional. A este respecto vamos a hacer las consideraciones siguientes, que nos llevarán a una formulación general de la ecuación.

La ecuación [1] se puede escribir:

$$\begin{aligned} M_{ij} &= A Y_i^{\beta_1} Y_j^{\beta_2} L_i^{\beta_3} L_j^{\beta_4} D_{ij}^{\beta_5} = A (Y_i/L_i)^{\beta_1} (Y_j/L_j)^{\beta_2} L_i^{\beta_1+\beta_3} L_j^{\beta_2+\beta_4} D_{ij}^{\beta_5} = \\ &= A Y_i^{\beta_1} Y_j^{\beta_2} L_i^{\beta_3} L_j^{\beta_4} D_{ij}^{\beta_5} \end{aligned} \quad [2]$$

donde

$y = Y/L =$ Renta per cápita.

$\beta_3^* = \beta_1 + \beta_3$

$\beta_4^* = \beta_2 + \beta_4$

Llegamos, en primer lugar, a una expresión en la que las variables explicativas son las rentas per cápita en lugar de las rentas absolutas. Si ahora tomamos logaritmos tenemos:

$$\ln M_{ij} = A^* + \beta_1 \ln Y_i + \beta_2 \ln Y_j + \beta_3^* \ln L_i + \beta_4^* \ln L_j + \beta_5 \ln D_{ij} \quad [3]$$

$$A^* = \ln A$$

La ecuación se linealiza aplicando una transformación logarítmica a las variables. Dicha transformación es un caso particular de una familia de transformaciones conocidas con el nombre de transformaciones Box-Cox, introducidas por Box-Cox (1964) y popularizadas en economía por Zarembka (1968) y (1974).

Desde esta perspectiva, aplicar de partida la transformación logarítmica es imponer una restricción que no tiene por qué ser correcta. Es necesario, en consecuencia, interrogar a los datos sobre la cuestión y eso es lo que supone el planteamiento que va a seguirse en este trabajo. A diferencia del modelo lineal [3] vamos a formular el siguiente:

$$M_{ij}^{(\lambda_1)} = \alpha_0 + \alpha_1 y_i^{(\lambda_2)} + \alpha_2 y_j^{(\lambda_2)} + \alpha_3 L_i^{(\lambda_3)} + \alpha_4 L_j^{(\lambda_3)} + \alpha_5 D_{ij}^{(\lambda_4)} + \alpha_6 CEE_{ij} + u_{ij} \quad [4]$$

CEE_{ij} = Ficticia que es igual a 1 si el país con el que se comercia pertenece a la CEE.

u_{ij} = Perturbación aleatoria normal con media nula, varianza constante e incorrelacionada entre sí.

$$M_{ij}^{(\lambda_1)} = \begin{cases} \ln M_{ij} & \text{si } \lambda_1 = 0 \\ \frac{M_{ij}^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} & \text{si } \lambda_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$y^{(\lambda_2)} = \begin{cases} \ln y & \text{si } \lambda_2 = 0 \\ \frac{y^{\lambda_2} - 1}{\lambda_2} & \text{si } \lambda_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$L^{(\lambda_3)} = \begin{cases} \ln L & \text{si } \lambda_3 = 0 \\ \frac{L^{\lambda_3} - 1}{\lambda_3} & \text{si } \lambda_3 \neq 0 \end{cases}$$

$$D_{ij}^{(\lambda_4)} = \begin{cases} \ln D_{ij} & \text{si } \lambda_4 = 0 \\ \frac{D_{ij}^{\lambda_4} - 1}{\lambda_4} & \text{si } \lambda_4 \neq 0 \end{cases}$$

La selección de los valores de λ_1 , λ_2 , λ_3 y λ_4 permite concretar la forma funcional (que será la doble-logarítmica siempre que todas ellas sean cero). La manera en que dicha selección se va a llevar a cabo es la que se expone en el apartado siguiente.

4. Método de estimación y selección de la forma funcional

Dada la expresión [4], el problema de estimación no sólo consiste en hallar los valores adecuados de los parámetros α_i sino también de los λ_i . Simultáneamente hay que resolver la estimación de los parámetros estructurales y la determinación de la forma funcional.

El procedimiento seguido va a ser el de máxima verosimilitud. La exposición del mismo la vamos a hacer por etapas sucesivas. Primero suponiendo que son conocidos los λ_i , en segundo lugar suponiendo que todos los λ_i son desconocidos pero iguales y, por último, el caso en que son desconocidos y distintos.

Supongamos que disponemos de una muestra de tamaño T . Sea $y^{(\lambda)}$ el vector $T \times 1$ de las observaciones $M_{ij}^{(\lambda)}$ y $X^{(\lambda)}$ la matriz $T \times 7$ de las observaciones de las exógenas de [5]. Siendo u el vector $T \times 1$ de perturbaciones u_{ij} , podemos escribir:

$$y^{(\lambda)} = X^{(\lambda)} \alpha + u \quad [5]$$

donde α es el vector 7×1 de los α_i . La densidad conjunta de la muestra será:

$$f(y) = (2\pi\sigma^2)^{-T/2} \exp \left\{ - \frac{(y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)}\alpha)'(y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)}\alpha)}{2\sigma^2} \right\} \left\| \frac{\partial u'}{\partial y} \right\|$$

donde y es el vector $T \times 1$ de las observaciones M_{ij} y $\left\| \frac{\partial u'}{\partial y} \right\|$ es el valor absoluto del Jacobiano de la transformación de u a y . Como

$$\left\| \frac{\partial u'}{\partial y} \right\| = \sum_{i=1}^T y_i^{\lambda_i - 1}$$

la log-verosimilitud se podrá expresar de la siguiente forma:

$$l(\alpha, \sigma^2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 / y, X) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)}\alpha)'$$

$$(y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)}\alpha) + (\lambda_1 - 1) \sum_{i=1}^T \ln y_i$$

Si los λ_i son conocidos, los estimadores máximo-verosímiles serán:

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}(\lambda) &= (X^{(\lambda)'} X^{(\lambda)})^{-1} X^{(\lambda)'} y^{(\lambda)} \\ \tilde{\sigma}^2(\lambda) &= \frac{[y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)} \tilde{\alpha}(\lambda)]' [y^{(\lambda)} - X^{(\lambda)} \tilde{\alpha}(\lambda)]}{T} \\ \lambda &= (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4)'\end{aligned}$$

Con λ conocido basta con aplicar los métodos habituales. Si λ es desconocido pero todos los λ_i son iguales a λ_c , habrá que tomar aquel valor $\hat{\lambda}_c$ que haga máxima la verosimilitud, lo cual puede hacerse fácilmente ya que la log-verosimilitud concentrada es:

$$l^o(\lambda_c) = \text{constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda_c) + (\lambda_c - 1) \sum_{i=1}^T \ln y_i$$

que sólo depende de λ_c , con lo que por un simple procedimiento de búsqueda puede determinarse $\tilde{\lambda}_c$ y seleccionar entonces $\tilde{\alpha}(\tilde{\lambda}_c)$ y $\tilde{\sigma}^2(\tilde{\lambda}_c)$.

¿Qué sucede si los cuatro λ_i pueden ser distintos? Entonces, la log-verosimilitud concentrada es:

$$l^o(y/\lambda) = \text{constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda_1 - 1) \sum_{i=1}^T \ln y_i$$

Un procedimiento de búsqueda aquí no es factible porque son demasiados parámetros los que hay que variar. Una alternativa válida para la estimación conjunta de los parámetros λ_i , $\alpha_j(\lambda)$ y $\sigma^2(\lambda)$ consiste en la utilización de mínimos cuadrados no lineales (MCNL). ¿Cómo proceder? Se trata de emplear λ_1 como parámetro guía en el proceso de maximización. Una vez determinado λ_1 , el resto de los parámetros se puede estimar por MCNL, tanto los α_j ($j = 1, 2, \dots, 7$) como los λ_i ($i = 2, 3, 4$). Obtenemos así los estimadores de los parámetros que maximizan la log-verosimilitud para cada valor de λ_1 que se considere, de forma que la log-verosimilitud concentrada depende, en última instancia, sólo de λ_1 . En base a un procedimiento de búsqueda se puede determinar, ahora sí, el valor de λ_1 que haga máxima la siguiente expresión:

$$l^o(y/\lambda_1) = \text{constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda_1) + (\lambda_1 - 1) \sum_{i=1}^T \ln y_i$$

Determinamos por tanto $\tilde{\lambda}_1$, el vector $\tilde{\alpha}(\tilde{\lambda}_1)$, $\tilde{\lambda}_2(\tilde{\lambda}_1)$, $\tilde{\lambda}_3(\tilde{\lambda}_1)$ y $\tilde{\lambda}_4(\tilde{\lambda}_1)$.

En la aplicación empírica de este método pueden surgir problemas que impidan o dificulten su realización. Por un lado, no son pocos los modelos que presentan valores negativos o nulos en la endógena, lo que hace imposible determinar la log-verosimilitud. Por otro, valores muy grandes de las variables (como en nuestro caso) pueden hacer inviable el tratamiento informático de la estimación.

Como un procedimiento equivalente al propuesto y que presenta la ventaja de solucionar los dos problemas citados, hemos optado por realizar lo siguiente, acorde con lo indicado por Box-Cox (1964), Zarembka (1974) y Judge y otros (1988).

Se han dividido las observaciones de y por su media geométrica $y_G = (y_1 \cdot y_2 \dots y_T)^{1/T}$, de tal manera que:

$$y_i^* = \frac{y_i}{y_G}, \quad i = 1, \dots, T$$

y se han aplicado MCNL con esta nueva variable endógena y^* , quedando la log-verosimilitud concentrada como sigue:

$$l^*(y^*/\lambda) = \text{constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}_2^2(\lambda)$$

donde $\tilde{\sigma}_2^2(\lambda)$ es la estimación de la varianza de la perturbación en el modelo con la endógena transformada.

Esta transformación presenta además la ventaja adicional de poner en relación directa la log-verosimilitud con un estadístico tan usual como $\tilde{\sigma}^2$. Se trata pues, de encontrar la combinación λ , por el método de búsqueda sobre λ_1 ya mencionado, que haga mínima $\tilde{\sigma}_2^2(\lambda_1)$ lo cual es equivalente a maximizar la log-verosimilitud.

La razón de que éste sea un camino correcto radica en que la maximización de la log-verosimilitud del modelo estimado con la endógena transformada supone la maximización de la del modelo original. Veámoslo a continuación.

Dividir cada y_i por la media geométrica implica lo siguiente respecto de la variable transformada en λ_1 :

$$\left(\frac{y_i}{y_G} \right)^{\lambda_1} = \frac{\left(\frac{y_i}{y_G} \right)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} = \frac{y_i^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1 y_G^{\lambda_1}} = \frac{y_G^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1 y_G^{\lambda_1}} = \frac{y_i^{\lambda_1} - y_G^{\lambda_1}}{y_G^{\lambda_1}}$$

Esto equivale, como vemos, a restar en el modelo original $y_G^{(\lambda_1)}$ y dividir por $y_G^{\lambda_1}$.

$$\frac{y^{(\lambda_1)} - 1_T y_G^{(\lambda_1)}}{y_G^{\lambda_1}} = \frac{X^{(\lambda_1)} \alpha - 1_T y_G^{(\lambda_1)}}{y_G^{\lambda_1}} + \frac{u}{y_G^{\lambda_1}}$$

donde la perturbación del modelo será normal, con media cero, incorrelacionada pero con varianza $\sigma_2^2 = \frac{\sigma^2}{y_G^{2\lambda_1}}$, siendo σ^2 la varianza de la perturbación del modelo inicial¹.

¹ 1_T es el vector $T \times 1$ con todos los elementos igual a la unidad.

La log-verosimilitud concentrada de la muestra en el modelo con la endógena dividida por la media geométrica será²:

$$\begin{aligned}
 l^*(y/\lambda_1) &= \text{Constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda_1) - T \ln y_G = \\
 &= \text{Constante} - \frac{T}{2} \ln \frac{\tilde{\sigma}^2(\lambda_1)}{y_G^{2\lambda_1}} - T \ln y_G = \\
 &= \text{Constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda_1) + (\lambda_1 - 1)T \ln y_G = \\
 &= \text{Constante} - \frac{T}{2} \ln \tilde{\sigma}^2(\lambda_1) + (\lambda_1 - 1) \sum_{i=1}^T \ln y_i.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, las verosimilitudes coinciden y basta con minimizar $\tilde{\sigma}^2(\lambda_1)$ para maximizarla. Queda comprobada así la corrección del procedimiento descrito para determinar la forma funcional óptima con los cuatro parámetros λ_i distintos.

Por último, debemos hacer referencia al modo de contrastar si es o no aceptable una determinada forma funcional (por ejemplo, la doble logarítmica). Una vez que se dispone del vector $\tilde{\lambda}$ óptimo y de su log-verosimilitud asociada $l^*(\tilde{\lambda})$, si queremos contratar la hipótesis de que $\lambda = \lambda_0$, el procedimiento apropiado será el contraste de la razón de verosimilitud. Siendo $l^*(\lambda_0)$ la log-verosimilitud del modelo en la hipótesis nula, el estadístico

$$LR = -2[l^*(\lambda_0) - l^*(\tilde{\lambda})]$$

se distribuye asintóticamente bajo la hipótesis nula como una X_m^2 , donde m es el número de restricciones. La comparación del valor obtenido en dicho estadístico con el valor crítico dirá si se acepta o se rechaza la hipótesis nula.

A continuación se exponen los resultados obtenidos en la aplicación a los flujos españoles.

5. Resultados

Como ya se ha indicado, nos alejamos de la clásica formulación de la ecuación de gravedad y dejamos que sean los datos los que digan si los flujos de comercio españoles responden a una forma funcional doble logarítmica, como la tradicional, o bien su comportamiento viene representado por otro tipo de funciones.

Consideramos, por tanto, el siguiente modelo:

$$M_{ij} = f_i(y_{ij}, y_{ji}, L_{ij}, L_{ji}, D_{ij}, CEE_{ij}) \quad [6]$$

² El jacobiano de la transformación de y^* en y es y_G^{-T} .

donde:

M_{ijt} = Flujo monetario de comercio del país i al país j en el período t .

y_{it} = Renta per cápita del país i en t .

y_{jt} = Renta per cápita del país j en t .

L_{it} = Población del país i en t .

L_{jt} = Población del país j en t .

D_{ij} = Distancia del país i al país j .

CEE_{ijt} = Ficticia de pertenencia o no a la CEE en t .

La relación «f» que vincula las variables explicativas con la endógena en cada t dependerá de los resultados que se obtengan de la aplicación de transformaciones Box-Cox, correspondiendo a una función del tipo [4].

5.1. Descripción del fichero de datos

Se trata de un fichero de datos anuales de 1960 a 1985 inclusive, lo que hace un total de 26 años consecutivos. Para cada año y variable se toman datos de los siguientes 30 países (además de España):

- | | |
|--------------------|------------------|
| 1. Alemania R. F. | 16. Reino Unido. |
| 2. Austria. | 17. Suecia. |
| 3. Bélgica. | 18. Suiza. |
| 4. Canadá. | 19. Venezuela. |
| 5. Dinamarca. | 20. Arabia. |
| 6. Estados Unidos. | 21. Argelia. |
| 7. Francia. | 22. Colombia. |
| 8. Grecia. | 23. Egipto. |
| 9. Holanda. | 24. India. |
| 10. Irlanda. | 25. Irán. |
| 11. Italia. | 26. Libia. |
| 12. Japón. | 27. Marruecos. |
| 13. Méjico. | 28. Nigeria. |
| 14. Noruega. | 29. Túnez. |
| 15. Portugal. | 30. Turquía. |

que representan, tanto en importaciones como en exportaciones, y según los años, un 85-90 % del comercio exterior de España.

Las variables que componen el fichero son:

1. Exportaciones españolas de manufacturas, por países³.
2. Importaciones españolas de manufacturas, por países³.
3. PIB (apm) de cada país.

³ Total de exportaciones (importaciones) menos los capítulos 1 al 15 y 27.

4. Población de cada país.
5. PIB (apm) de España.
6. Población de España.
7. Distancia de España a cada país.
8. Variable dicotómica de pertenencia (1) o no (0) a la CEE.

Los datos referentes al comercio han sido obtenidos de las Estadísticas de Comercio Exterior de la Dirección General de Aduanas, los PIB y las poblaciones proceden de las Estadísticas del FMI y del INE.

Se utiliza el PIB (apm) por no estar disponibles series completas de la Renta Nacional para algunos de los países utilizados.

Los valores de estas variables en la muestra se han agrupado de una manera peculiar debido a las características propias de la ecuación de gravedad. Concretamente, las observaciones de las variables que aparecen en [6] correspondientes a las que se usan en la estimación de cada uno de los años quedan agrupadas en los siguientes vectores:

$$\begin{array}{c}
 M_i = \begin{pmatrix} M_{1E_i} \\ M_{2E_i} \\ \vdots \\ M_{30E_i} \\ M_{E1_i} \\ \vdots \\ M_{E30_i} \end{pmatrix} \quad
 y_i^j = \begin{pmatrix} y_{1_i} \\ y_{2_i} \\ \vdots \\ y_{30_i} \\ y_{E_i} \\ \vdots \\ y_{E_i} \end{pmatrix} \quad
 y_i^j = \begin{pmatrix} y_{E_i} \\ y_{E_i} \\ \vdots \\ y_{1_i} \\ \vdots \\ y_{30_i} \end{pmatrix} \quad
 L_i^j = \begin{pmatrix} L_{1_i} \\ L_{2_i} \\ \vdots \\ L_{30_i} \\ L_{E_i} \\ \vdots \\ L_{E_i} \end{pmatrix} \\
 \\
 L_i^j = \begin{pmatrix} L_{E_i} \\ L_{E_i} \\ \vdots \\ L_{E_i} \\ L_{1_i} \\ \vdots \\ L_{30_i} \end{pmatrix} \quad
 D = \begin{pmatrix} D_{1E} \\ D_{2E} \\ \vdots \\ D_{30E} \\ D_{1E} \\ \vdots \\ D_{30E} \end{pmatrix} \quad
 CEE_i = \begin{pmatrix} 1 \text{ ó } 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \text{ ó } 0 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

donde:

M_{iE_i} = Importaciones españolas del país i en el año t , $i = 1, \dots, 30$.

M_{Ej_i} = Exportaciones españolas al país j en el año t , $j = 1, \dots, 30$.

y_{E_i} = Renta per cápita de España en t .

L_{E_i} = Población de España en t .

Disponemos, por tanto, de 60 observaciones para cada uno de los años.

5.2. Transformación Box-Cox con un único parámetro para todas las variables⁴

El valor óptimo, obtenido por máxima verosimilitud, del parámetro λ que establece la forma funcional para cada año aparece recogido en el Cuadro 1 y una representación de su evolución en el Gráfico 1.

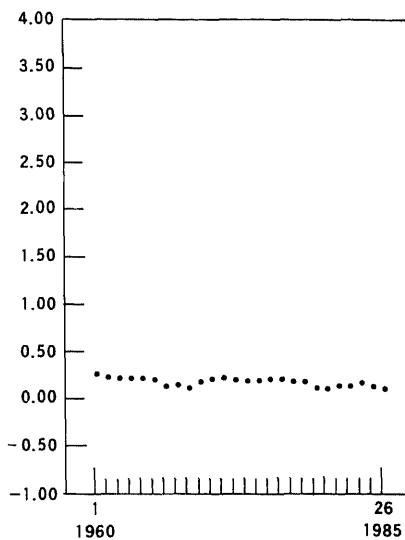


Gráfico 1
Box-Cox. Lambda óptimo. Transformación única

CUADRO 1
Parámetro único de transformación Box-Cox.
 λ_r óptimo para cada año

Año	$\tilde{\lambda}_r$	Año	$\tilde{\lambda}_r$	Año	$\tilde{\lambda}_r$
1960	0.24	1969	0.16	1978	0.18
1961	0.2	1970	0.19	1979	0.11
1962	0.19	1971	0.22	1980	0.11
1963	0.19	1972	0.19	1981	0.14
1964	0.19	1973	0.18	1982	0.14
1965	0.18	1974	0.19	1983	0.18
1966	0.1	1975	0.21	1984	0.14
1967	0.12	1976	0.21	1985	0.11
1968	0.09	1977	0.18		

⁴ No se aplica la transformación a la variable CEE_y, ya que no supone modificación en su estructura. De hecho:

$$0^{\lambda} = \frac{0^{\lambda} - 1}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda} = \text{cte.}$$

$$1^{\lambda} = \frac{1^{\lambda} - 1}{\lambda} = 0$$

Además, para $\lambda = 0$ (transformación logarítmica) presenta problemas de tratamiento ($\log 0 = -\infty$).

Se ha considerado un posible rango de variación de λ entre -1 y 4 . La no simetría entre los valores positivos y negativos obedece a que para valores más negativos se generaban problemas de colinealidad, debidos a la dimensión de las variables. No se realizaron estimaciones con valores de λ mayores que 4 porque se observó que la verosimilitud decrecía conforme aumentaba el valor de λ .

Como se observa en el Cuadro 1 y en el Gráfico 1, la variabilidad del valor óptimo del parámetro para cada año es muy pequeña. Está comprendido entre 0.9 y 0.24 y no se observa una tendencia sistemática en su variación. Por ello se plantea la posibilidad de encontrar una única forma funcional, estadísticamente aceptable, para todos los períodos. Previamente, una cuestión relevante es el contraste de si la forma funcional doble logarítmica puede ser aceptada. En el Cuadro 2 se recogen los valores correspondientes a cada año del estadístico del contraste de la razón de verosimilitud para dicha hipótesis. En él se comprueba que sólo para uno de los años (1968) se puede aceptar dicha forma funcional al 5% .

La realización de los sucesivos contrastes de la razón de verosimilitud para los distintos años conduce a la aceptación del valor $\lambda_c = 0,19$ para todos ellos (26 años) al nivel de significación del 5% . Valores de λ mayores o menores, con dos decimales, no son estadísticamente aceptables para algún año (al menos uno). El Cuadro 3 muestra los resultados de la estimación del modelo [4] transformado de acuerdo con este valor seleccionado de λ_c . Todas las estimaciones de todos los parámetros tienen el signo esperado en todos los años. Las rentas y las poblaciones afectan positivamente, la distancia negativamente y la CEE positivamente, con una importancia creciente a medida que pasa el tiempo. Excepto la variable CEE todas son significativas individualmente en todos los años, lo cual es un respaldo decisivo a esta versión de la ecuación de gravedad. La variable CEE alcanza la significatividad en los setenta, lo que es destacable teniendo en cuenta el Acuerdo Preferencial del 70. La bondad del

CUADRO 2
Valores del estadístico del contraste de la razón de verosimilitud. Contraste de la hipótesis doble-logarítmica frente a la alternativa del λ_c óptimo para cada año

Año	LR	Año	LR	Año	LR
1960	77.59	1969	18.59	1978	23.71
1961	47.53	1970	38.45	1979	6.31
1962	43.269	1971	50.64	1980	5.54
1963	32.17	1972	50.87	1981	8.4
1964	47.61	1973	25.68	1982	10.08
1965	46.14	1974	21.68	1983	19.23
1966	4.77	1975	29.86	1984	10.31
1967	9.63	1976	29.95	1985	5.54
1968	3.67	1977	22.51		

$$\chi_1^2(0.05) = 3.841$$

$$\chi_1^2(0.04) = 4.3646$$

CUADRO 3
Transformación Box-Cox con un único parámetro. $\lambda_x = 0.19$ para todos los años. Estimación (*)

Año	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	$\hat{\sigma}$
1960	141.59 (6.94)	29.59 (6.74)	24.82 (5.65)	1.56 (5.66)	1.35 (4.91)	-2.17 (-4.03)	4.69 (0.91)	0.73	0.70	12.36
1961	119.96 (6.48)	28.90 (7.13)	21.61 (5.33)	1.74 (6.77)	1.41 (5.48)	-1.87 (-3.72)	3.75 (0.77)	0.75	0.72	11.54
1962	128.73 (6.44)	32.61 (7.32)	19.41 (4.35)	1.80 (6.29)	1.41 (4.93)	-2.28 (-4.06)	2.86 (0.52)	0.72	0.69	12.86
1963	148.16 (7.74)	38.49 (8.70)	20.06 (4.53)	1.63 (5.84)	1.14 (4.09)	-1.84 (-3.34)	6.04 (1.13)	0.75	0.72	12.60
1964	141.86 (7.07)	37.42 (7.80)	19.49 (4.06)	1.73 (5.68)	1.31 (4.30)	-2.31 (-3.84)	6.16 (1.06)	0.73	0.70	13.77
1965	138.18 (7.05)	40.43 (8.47)	18.26 (3.82)	1.74 (5.63)	1.49 (4.80)	-2.34 (-3.81)	9.03 (1.53)	0.75	0.73	14.02
1966	128.18 (6.19)	35.80 (7.04)	15.27 (3.00)	1.61 (4.71)	1.32 (3.86)	-2.17 (-3.20)	9.81 (1.51)	0.68	0.64	15.45
1967	118.99 (6.37)	35.36 (7.66)	16.02 (3.47)	1.76 (5.49)	1.33 (4.15)	-2.08 (-3.26)	9.85 (1.61)	0.72	0.68	14.49

(*) El valor entre paréntesis es el *t*-ratio de significatividad individual.

CUADRO 3 (Continuación)
 Transformación Box-Cox con un único parámetro. $\lambda_1 = 0.19$ para todos los años. Estimación (*)

Año	Estadístico	$\hat{\alpha}_n$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	$\hat{\sigma}$
1968	118.27 (6.15)	35.18 (7.35)	16.32 (3.41)	1.76 (5.07)	1.22 (3.51)	-1.91 (-2.76)	9.35 (1.41)	0.68	0.65	15.67
1969	111.70 (6.01)	36.68 (7.86)	14.53 (3.11)	2.04 (5.97)	1.18 (3.46)	-2.01 (-2.96)	10.82 (1.65)	0.72	0.68	15.45
1970	111.85 (6.05)	38.69 (8.26)	17.56 (3.75)	2.45 (7.03)	1.35 (3.87)	-2.56 (-3.67)	9.82 (1.47)	0.75	0.72	15.74
1971	110.53 (5.80)	34.03 (6.96)	16.04 (3.28)	2.17 (5.83)	1.20 (3.24)	-2.43 (-3.26)	11.97 (1.68)	0.69	0.66	16.76
1972	110.16 (6.74)	36.18 (8.47)	16.91 (3.96)	2.33 (7.07)	1.48 (4.50)	-2.82 (-4.26)	9.71 (1.53)	0.76	0.74	14.86
1973	99.22 (5.96)	34.93 (7.83)	17.63 (3.95)	2.55 (7.24)	1.62 (4.60)	-3.01 (-4.29)	12.40 (1.83)	0.76	0.73	15.73
1974	98.17 (5.23)	35.28 (6.63)	16.98 (3.19)	2.62 (6.23)	1.56 (3.70)	-3.10 (-3.73)	15.51 (1.95)	0.69	0.66	18.37
1975	83.51 (4.55)	39.16 (7.49)	10.17 (1.94)	2.79 (6.57)	1.51 (3.55)	-2.96 (-3.54)	14.73 (1.84)	0.70	0.67	18.50
1976	72.71 (3.76)	36.40 (6.71)	11.06 (2.04)	2.94 (6.33)	1.44 (3.10)	-2.84 (-3.11)	18.96 (2.19)	0.68	0.64	20.05

(*) El valor entre paréntesis es el t-ratio de significatividad individual.

CUADRO 3 (Continuación)
Transformación Box-Cox con un único parámetro. $\lambda_1 = 0.19$ para todos los años. Estimación (*)

Año	Estadístico	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	σ
1977	75.00 (3.48)	35.76 (6.24)	11.44 (1.99)	3.24 (6.57)	1.40 (2.83)	-3.75 (-3.73)	13.99 (1.75)	0.65	0.61	21.80
1978	68.67 (3.26)	34.52 (6.35)	9.97 (1.83)	3.05 (6.31)	1.34 (2.78)	-3.30 (-3.33)	15.43 (1.93)	0.66	0.62	21.56
1979	58.22 (3.01)	35.56 (7.18)	10.04 (2.02)	3.20 (7.17)	1.60 (3.60)	-3.34 (-3.66)	15.81 (2.13)	0.71	0.68	19.89
1980	54.84 (2.51)	37.78 (7.08)	10.87 (2.03)	3.41 (6.88)	1.66 (3.35)	-3.54 (-3.53)	12.44 (1.62)	0.67	0.63	22.37
1981	56.54 (2.34)	36.19 (6.36)	12.22 (2.15)	3.37 (6.17)	1.95 (3.56)	-4.24 (-3.78)	11.83 (1.42)	0.62	0.58	24.71
1982	48.38 (1.91)	37.71 (6.39)	10.58 (1.79)	3.63 (6.33)	2.12 (3.69)	-4.65 (-3.93)	11.43 (1.30)	0.62	0.58	25.99
1983	50.77 (1.96)	34.20 (5.98)	14.49 (2.53)	3.59 (6.15)	2.18 (3.74)	-4.98 (-4.10)	12.99 (1.45)	0.62	0.58	26.65
1984	55.70 (2.13)	34.16 (6.11)	15.59 (2.79)	3.46 (5.98)	2.23 (3.85)	-5.12 (-4.19)	16.34 (1.82)	0.64	0.60	26.82
1985	47.29 (1.86)	33.99 (6.41)	15.97 (3.01)	3.22 (5.75)	2.34 (4.19)	-4.56 (-3.86)	20.76 (2.38)	0.66	0.63	26.04

(*) El valor entre paréntesis es el t-ratio de significatividad individual.

ajuste, sin ser excesivamente alta, es aceptable para datos de corte transversal. Ahora bien, esta modelización es mejorable.

En efecto, la mayor parte de los trabajos que consideran la realización de transformaciones Box-Cox asignan un único λ para todas las variables. Sin embargo, existe la posibilidad de permitir que cada variable, o grupo de variables con significado económico similar, participe en la ecuación con una forma funcional propia.

Con el objeto de mejorar los ya aceptables resultados presentados en el Cuadro 3, planteamos a continuación la posibilidad de aceptar la existencia de cuatro parámetros distintos, agrupados de la siguiente forma: uno para la endógena (λ_1), otro para las rentas per cápita (λ_2), un tercero para las poblaciones (λ_3) y el último para la distancia (λ_4). Esto hace necesario la estimación por los métodos no lineales mencionados en el apartado anterior.

Debido a la extrema sensibilidad de estos procedimientos de estimación respecto a los valores iniciales de los parámetros⁵, fue necesario la realización de unas etapas intermedias en el salto de uno a cuatro lambdas. Estas consistieron, en primer lugar, en la estimación de la ecuación de gravedad con dos transformaciones distintas (endógena e independientes) y posteriormente con tres (endógena, rentas y poblaciones, distancia) de tal manera que los valores óptimos estimados en cada etapa eran tomados como valores iniciales para la siguiente. La no realización de estos pasos, en un problema tan complejo numéricamente, impide la convergencia en un número de iteraciones manejable computacionalmente.

5.3. Transformación Box-Cox con cuatro parámetros

Los valores óptimos estimados de los cuatro parámetros para cada año están representados en los Gráficos 2 a 5 y los resultados de la estimación por MCO del modelo transformado en base a estos valores se recogen en el Cuadro 4.

De la comparación de los resultados de la estimación con los obtenidos para un solo lambda pueden extraerse dos conclusiones. En primer lugar, la clara superioridad de la estimación con 4 lambdas y, en segundo lugar, la validez de lo ya afirmado con respecto al signo y significatividad de los coeficientes.

De la misma manera que ocurría en el caso más restringido (un sólo λ), la escasa variabilidad en el tiempo de los valores estimados para los parámetros nos lleva de nuevo a intentar seleccionar una única forma funcional para todos los años. *La alternativa doble logarítmica (todos los λ 's cero) se rechaza en todos los años al 5 % con una gran claridad. El valor más pequeño del estadístico del contraste de la razón de verosimilitud es de 18.28 para el año 1968 y el valor crítico de la Chi-cuadrado con 4 grados de libertad es 9.49.*

⁵ Ver Novales (1988).

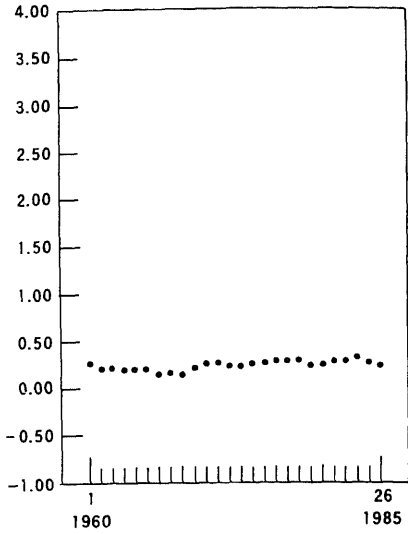


Gráfico 2
Box-Cox. Lambda óptimo
Endógena

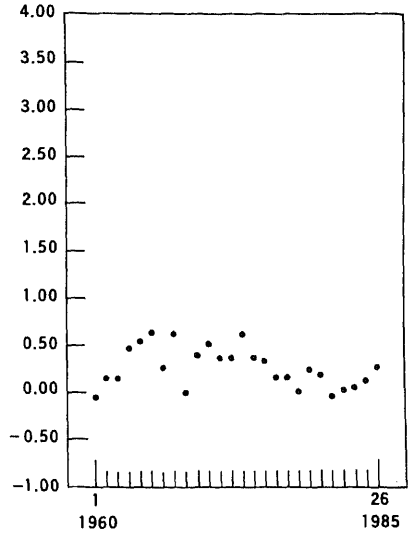


Gráfico 3
Box-Cox. Lambda óptimo
Rentas p/c

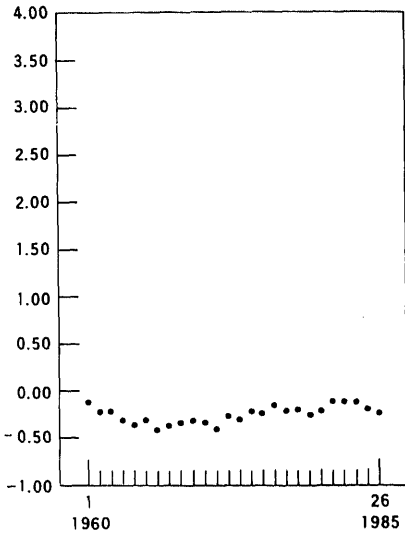


Gráfico 4
Box-Cox. Lambda óptimo
Poblaciones

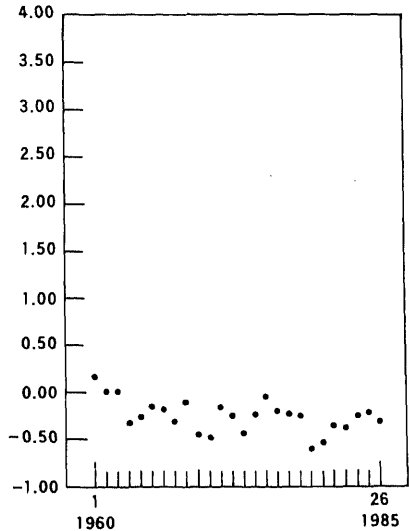


Gráfico 5
Box-Cox. Lambda óptimo
Distancia

CUADRO 4
Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. $\tilde{\lambda}_i$ óptimos para cada año. $i = 1, \dots, 4$. Estimación

Estadístico Año	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2
1960	0.27	-0.05	-0.12	0.15	33.80 (8.50)	28.29 (7.11)	110.63 (8.30)	100.80 (7.56)	-8.30 (-5.58)	1.49 (0.13)	0.82	0.80
1961	0.21	0.14	-0.22	0.00	32.65 (8.69)	24.35 (6.48)	153.94 (9.15)	132.21 (7.85)	-11.87 (-4.96)	-0.79 (-0.15)	0.82	0.80
1962	0.21	0.14	-0.22	-0.00	37.54 (8.58)	22.57 (5.16)	158.10 (7.92)	136.99 (6.86)	-14.25 (-5.04)	-2.19 (-0.35)	0.79	0.76
1963	0.20	0.45	-0.31	-0.33	106.78 (10.60)	52.93 (5.25)	277.18 (6.99)	209.45 (5.28)	-127.17 (-4.21)	4.93 (0.94)	0.81	0.79
1964	0.20	0.54	-0.36	-0.26	135.31 (10.26)	65.69 (4.98)	486.99 (7.32)	385.01 (5.79)	-96.05 (-4.94)	4.68 (0.85)	0.81	0.79
1965	0.20	0.63	-0.31	-0.15	182.09 (11.07)	76.06 (4.62)	303.36 (6.95)	266.21 (6.09)	-40.57 (-4.70)	8.81 (1.57)	0.83	0.81
1966	0.14	0.25	-0.42	-0.18	1507.71 (-7.18)	11.34 (4.21)	375.57 (6.46)	359.80 (6.19)	-24.16 (-4.43)	1.48 (0.52)	0.76	0.74
1967	0.16	0.62	-0.37	-0.30	85.86 (9.59)	36.39 (4.06)	327.73 (6.81)	236.86 (4.92)	-68.82 (-4.00)	5.21 (1.50)	0.78	0.76

CUADRO 4 (Continuación)
 Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. $\tilde{\lambda}_i$ óptimos para cada año. $i = 1, \dots, 4$. Estimación

Estadístico Año	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2
1968	0.14	-0.00	-0.33	-0.11	-904.89 (-7.20)	10.21 (8.57)	5.86 (4.92)	202.32 (7.06)	166.82 (5.82)	-12.32 (-3.93)	0.32 (0.10)	0.75	0.73
1969	0.21	0.38	-0.32	-0.45	-1154.35 (-4.08)	90.32 (9.97)	37.09 (4.09)	472.51 (7.58)	328.44 (5.27)	-436.05 (-4.10)	8.31 (1.12)	0.79	0.77
1970	0.25	0.51	-0.34	-0.53	-1695.48 (-2.84)	229.26 (12.07)	102.58 (5.40)	1178.12 (9.83)	765.14 (6.39)	-1735.89 (-5.59)	14.59 (1.23)	0.85	0.84
1971	0.26	0.37	-0.41	-0.16	-9904.64 (-8.68)	166.82 (10.21)	82.77 (5.07)	2749.48 (8.85)	1887.36 (6.07)	-123.42 (-5.00)	14.52 (0.94)	0.82	0.80
1972	0.23	0.36	-0.27	-0.25	-1764.71 (-7.42)	107.64 (11.09)	52.77 (5.43)	466.62 (9.43)	328.34 (6.64)	-181.26 (-5.79)	8.06 (0.84)	0.84	0.82
1973	0.22	0.61	-0.30	-0.43	-1163.61 (-4.05)	159.42 (10.79)	77.00 (5.21)	569.61 (9.49)	388.85 (6.48)	-672.25 (-5.99)	12.59 (1.46)	0.84	0.82
1974	0.25	0.36	-0.22	-0.24	-1734.90 (-5.47)	146.92 (8.49)	73.98 (4.27)	471.50 (8.07)	312.17 (5.34)	-277.51 (-5.05)	23.38 (1.33)	0.78	0.75
1975	0.26	0.33	-0.23	-0.06	-3412.58 (-7.55)	165.55 (9.42)	53.64 (3.05)	701.30 (8.66)	438.72 (5.41)	-72.63 (-4.84)	22.38 (1.08)	0.79	0.76
1976	0.28	0.15	-0.15	-0.19	-2019.66 (-5.42)	152.75 (8.52)	59.07 (3.29)	450.70 (8.31)	270.27 (4.98)	-281.23 (-4.32)	51.56 (1.65)	0.77	0.74

CUADRO 4 (CONTINUACIÓN)
 Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. λ_i óptimos para cada año. $i = 1, \dots, 4$. Estimación

Año	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2
1977	0.29	0.15	-0.21	-0.23	-4625.60 (-6.60)	179.39 (8.27)	72.21 (3.33)	1144.74 (9.16)	655.23 (5.24)	-573.47 (-5.26)	60.97 (1.94)	0.77	0.75
1978	0.29	0.01	-0.20	-0.25	-4028.58 (-6.18)	137.38 (8.40)	53.77 (3.28)	994.80 (9.11)	575.17 (5.27)	-606.70 (-4.86)	70.04 (2.23)	0.78	0.75
1979	0.23	0.24	-0.25	-0.60	2021.35 (2.22)	77.02 (9.14)	27.80 (3.30)	608.06 (9.82)	353.01 (5.70)	-3208.76 (-5.26)	30.29 (2.73)	0.80	0.78
1980	0.25	0.18	-0.22	-0.54	1466.94 (1.47)	105.44 (8.91)	38.86 (3.28)	688.58 (9.37)	399.71 (5.44)	-3019.54 (-5.05)	34.80 (2.12)	0.77	0.75
1981	0.28	-0.03	-0.12	-0.35	205.65 (0.31)	131.78 (8.18)	51.18 (3.17)	429.35 (8.66)	267.88 (5.40)	-1429.73 (-5.22)	51.22 (1.68)	0.74	0.71
1982	0.28	0.03	-0.12	-0.38	991.25 (1.19)	155.07 (8.01)	52.77 (2.72)	463.23 (8.56)	297.69 (5.50)	-1997.00 (-5.36)	53.36 (1.62)	0.73	0.70
1983	0.32	0.05	-0.13	-0.25	-3544.13 (-3.30)	310.28 (7.70)	145.40 (3.61)	1064.52 (8.63)	704.62 (5.71)	-1628.59 (-5.61)	121.28 (1.78)	0.74	0.71
1984	0.27	0.12	-0.19	-0.22	-3712.61 (-5.81)	138.26 (7.45)	67.55 (3.64)	834.67 (8.10)	555.31 (5.39)	-548.81 (-5.36)	66.92 (2.20)	0.74	0.71
1985	0.23	0.26	-0.24	-0.32	-2227.85 (-4.99)	73.17 (7.48)	36.66 (3.74)	607.17 (7.41)	432.19 (5.27)	-516.32 (-4.74)	44.97 (3.00)	0.74	0.71

En base al contraste de la razón de verosimilitud se acepta para todos los años la siguiente forma funcional al nivel de significación del 5 %:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0,24 \\ \lambda_2 &= 0,2619 \\ \lambda_3 &= -0,2607 \\ \lambda_4 &= 0\end{aligned}$$

Los tres primeros corresponden a las medias de los valores óptimos (sin el mayor ni el menor) de los 26 años. El cuarto no corresponde a la media y la razón de que tenga ese valor se debe a que las t asintóticas indicaban que se aceptaba en todos los años.

En el Cuadro 5 aparecen las ecuaciones de gravedad estimadas para cada período con esta transformación seleccionada. Los R^2 y \bar{R}^2 ofrecen el grado de ajuste del modelo transformado.

Sin embargo, interesa conocer cuál es la divergencia entre los flujos reales y sus estimaciones; es decir, es necesario deshacer la transformación de la siguiente manera:

$$\tilde{M}_{hkt} = [\tilde{\lambda}_1 \tilde{M}_{hkt}^{(\lambda_1)} + 1]^{1/\lambda_1} \quad [7]$$

donde $h = 1, \dots, 30, E, \dots, E$

$$k = E, \dots, E, 1, \dots, 30$$

En la columna «ajuste» de los Cuadros 5 y 6 se recoge el siguiente estadístico, que nos indica la proximidad de la estimación [7] a la serie de los flujos de comercio observados⁶:

$$\text{Ajuste}_t = 1 - \frac{(M_t - \tilde{M}_t)' (M_t - \tilde{M}_t)}{(M_t - 1_T \bar{M}_t)' (M_t - 1_T \bar{M}_t)} \quad t = 1960, \dots, 1985$$

Llegados a este punto de la investigación, un aspecto relevante de estas estimaciones es saber si presentan o no problemas de heteroscedasticidad. Pues bien, a este respecto, los autores han llevado a cabo el test de Breusch y Pagan y solamente se puede decir que puede haber problemas en siete años (66, 70, 71, 72, 74, 75, 76) al 5 % de nivel de significación y en tres al 1 % (71, 75, 76). Como el contraste se ha llevado a cabo con las mismas seis variables explicativas que en la ecuación de gravedad y los niveles de explicación en las ecuaciones del contraste son muy bajos en los citados años, los autores no han considerado conveniente proceder a aplicar ningún procedimiento alternativo de estimación para esos años. Además, al tratarse de un problema marginal (unos pocos años de un total de 26), la homogeneidad en el tratamiento de la información así lo exige resultados empíricos. No obstante, en una muestra de 60 observaciones puede haber alguna que esté distorsionada por algún

⁶ \bar{M}_t es la media muestral de M_{jt} en el año t . \tilde{M}_t es el vector de las T estimaciones hechas de acuerdo con [7] en cada año.

CUADRO 5

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2607 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	$\hat{\sigma}$
1960	-1235.96 (-6.61)	68.88 (8.16)	57.10 (6.77)	267.21 (7.6)	226.67 (6.44)	-18.27 (-5.10)	4.39 (0.55)	0.81	0.78	0.85	18.70
1961	-1483.16 (-8.27)	70.97 (8.90)	50.66 (6.36)	299.02 (8.84)	258.67 (7.65)	-16.62 (-4.84)	0.89 (0.11)	0.82	0.80	0.86	17.87
1962	-1524.30 (-7.17)	82.74 (8.98)	46.27 (5.02)	311.81 (7.77)	269.29 (6.71)	-20.02 (-4.93)	-1.07 (-0.11)	0.79	0.77	0.81	21.03
1963	-1326.58 (-6.17)	98.38 (10.53)	48.41 (5.18)	294.20 (7.24)	235.58 (5.80)	-17.46 (-4.28)	4.79 (0.52)	0.81	0.79	0.78	21.13
1964	-1560.69 (-6.83)	97.87 (10.05)	49.17 (5.05)	327.02 (7.58)	276.91 (6.41)	-21.77 (-5.06)	3.43 (0.35)	0.81	0.79	0.78	22.26
1965	-1693.39 (-6.96)	106.23 (10.61)	46.79 (4.67)	332.83 (7.24)	310.60 (6.76)	-21.74 (-4.77)	9.45 (0.93)	0.82	0.80	0.76	23.49
1966	-1724.39 (-6.16)	96.92 (8.80)	41.02 (3.72)	329.47 (6.24)	314.88 (5.96)	-22.05 (-4.24)	9.20 (0.79)	0.76	0.74	0.68	26.80
1967	-1768.34 (-6.47)	94.66 (9.22)	42.55 (4.14)	357.27 (6.93)	293.67 (5.70)	-20.53 (-4.07)	10.31 (0.92)	0.78	0.75	0.71	25.88

CUADRO 5 (Continuación)

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2607 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_n$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	δ
1968	-1921.10 (-6.58)	95.07 (9.24)	45.04 (4.38)	383.47 (6.95)	311.64 (5.65)	-20.67 (-3.88)	6.12 (0.51)	0.77	0.74	0.75	27.27
1969	-2055.69 (-6.97)	98.50 (10.13)	41.06 (4.05)	423.67 (7.62)	310.14 (5.58)	-21.37 (-4.00)	9.74 (0.81)	0.79	0.77	0.79	27.34
1970	-2456.72 (-8.91)	103.69 (11.29)	49.04 (5.34)	512.98 (9.87)	351.32 (6.76)	-26.76 (-5.37)	5.56 (0.50)	0.84	0.83	0.88	25.33
1971	-2330.00 (-7.85)	92.80 (9.76)	46.62 (4.90)	488.58 (8.75)	332.73 (5.96)	-26.77 (-5.03)	9.18 (0.77)	0.81	0.79	0.85	26.95
1972	-2523.45 (-8.84)	97.16 (10.97)	48.61 (5.49)	511.68 (9.56)	372.43 (6.96)	-29.11 (-5.75)	6.72 (0.59)	0.84	0.82	0.86	25.60
1973	-2854.84 (-9.02)	95.88 (10.16)	51.34 (5.44)	561.40 (9.50)	420.96 (7.12)	-31.96 (-5.79)	10.70 (0.86)	0.83	0.82	0.83	27.82
1974	-2992.17 (-7.32)	98.23 (8.27)	51.02 (4.29)	609.67 (8.01)	415.30 (5.46)	-34.08 (-4.90)	16.68 (1.07)	0.77	0.74	0.82	34.52
1975	-3148.06 (-7.70)	104.92 (9.28)	34.15 (3.02)	650.60 (8.58)	407.71 (5.38)	-32.50 (-4.74)	14.96 (0.97)	0.78	0.76	0.85	34.13
1976	-3337.12 (-7.09)	98.04 (8.18)	35.84 (2.99)	699.30 (8.03)	406.08 (4.66)	-31.82 (-4.09)	24.33 (1.40)	0.75	0.72	0.84	38.46
1977	-3575.94 (-7.72)	93.54 (7.83)	35.01 (2.93)	768.12 (8.78)	415.60 (4.75)	-39.94 (-4.93)	25.77 (1.74)	0.75	0.73	0.86	40.61

CUADRO 5 (CONTINUACIÓN)

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2607 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_6$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	$\hat{\sigma}$
1978	-3474.64 (-7.53)	88.49 (7.88)	30.55 (2.72)	745.82 (8.60)	395.44 (4.56)	-35.98 (-4.47)	29.58 (1.99)	0.76	0.73	0.85	40.38
1979	-3876.54 (-8.89)	91.71 (8.84)	32.52 (3.13)	787.01 (9.68)	470.83 (5.79)	-36.94 (-4.93)	30.15 (2.16)	0.80	0.77	0.87	37.62
1980	-4223.69 (-8.44)	97.40 (8.60)	34.44 (3.04)	860.09 (9.18)	501.46 (5.35)	-39.55 (-4.68)	23.79 (1.60)	0.76	0.73	0.85	43.47
1981	-4314.05 (-7.51)	92.50 (7.51)	34.64 (2.81)	874.60 (8.10)	522.77 (4.84)	-45.88 (-4.68)	24.77 (1.49)	0.71	0.68	0.84	49.84
1982	-4758.50 (-7.65)	95.60 (7.44)	30.97 (2.41)	939.93 (8.05)	590.69 (5.05)	-50.43 (-4.80)	24.38 (1.37)	0.70	0.67	0.81	53.44
1983	-4797.81 (-7.48)	87.09 (7.02)	39.97 (3.16)	948.10 (7.82)	598.27 (4.93)	-53.78 (-4.93)	29.20 (1.59)	0.70	0.67	0.82	55.53
1984	-4881.83 (-7.55)	86.99 (7.19)	42.49 (3.51)	953.70 (7.83)	621.26 (5.10)	-56.30 (-5.09)	38.26 (2.07)	0.72	0.69	0.80	56.07
1985	-4856.30 (-7.62)	86.58 (7.43)	43.45 (3.73)	902.39 (7.50)	651.76 (5.42)	-50.92 (-4.67)	49.24 (2.69)	0.74	0.71	0.81	55.51

CUADRO 6

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros y sin outliers. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2617 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	$\frac{\hat{\sigma}}{N-K}$
1960	-1197.77 (-7.12)	68.57 (8.96)	55.88 (7.41)	251.44 (7.90)	225.38 (7.17)	-15.70 (-4.80)	5.10 (0.72)	0.83	0.81	0.84	$\frac{16.67}{51}$
1961	-1423.94 (-8.80)	75.48 (10.37)	51.78 (7.23)	296.75 (9.77)	245.96 (8.02)	-15.98 (-4.99)	2.59 (0.37)	0.86	0.84	0.87	$\frac{16.05}{51}$
1962	-1487.42 (-8.47)	89.85 (11.68)	46.19 (6.04)	310.30 (9.25)	270.85 (8.22)	-22.66 (-6.33)	-4.37 (-0.58)	0.86	0.85	0.84	$\frac{17.10}{49}$
1963	-1362.83 (-7.40)	102.66 (12.72)	48.76 (6.02)	311.68 (8.92)	238.16 (6.79)	-20.66 (-5.47)	1.93 (0.24)	0.87	0.85	0.81	$\frac{17.94}{50}$
1964	-1592.27 (-7.35)	198.44 (10.66)	52.58 (5.64)	331.25 (8.09)	289.42 (7.03)	-24.32 (-5.80)	1.44 (0.15)	0.83	0.81	0.77	$\frac{21.09}{52}$
1965	-1653.03 (-7.06)	110.99 (11.30)	46.51 (4.83)	332.32 (7.54)	297.01 (6.68)	-19.47 (-4.35)	11.75 (1.20)	0.84	0.82	0.77	$\frac{22.54}{52}$
1966	-1716.67 (-6.74)	94.11 (9.36)	47.99 (4.72)	322.50 (6.70)	328.02 (6.81)	-24.87 (-5.13)	1.05 (0.09)	0.78	0.76	0.73	$\frac{24.23}{51}$
1967	-1717.83 (-6.49)	92.06 (9.23)	43.92 (4.43)	345.10 (6.91)	290.14 (5.84)	-20.19 (-4.16)	5.25 (0.47)	0.77	0.74	0.75	$\frac{24.94}{52}$

CUADRO 6 (Continuación)

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros y sin outliers. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2617 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	$\frac{\hat{\sigma}}{N-K}$
1968	-2108.44 (-7.97)	95.77 (10.52)	45.50 (4.71)	399.41 (8.15)	355.63 (50.14)	-23.61 (-4.84)	2.54 (0.24)	0.82	0.80	0.77	$\frac{24.13}{51}$
1969	-2235.72 (-8.15)	99.14 (10.76)	40.84 (4.17)	438.62 (8.65)	351.59 (6.77)	-23.83 (-4.74)	6.59 (0.60)	0.83	0.81	0.81	$\frac{24.84}{51}$
1970	-2624.95 (-10.20)	104.27 (12.46)	48.68 (5.46)	527.03 (11.09)	389.75 (8.01)	-29.01 (-6.17)	2.69 (0.26)	0.87	0.86	0.89	$\frac{23.09}{51}$
1971	-2290.53 (-8.24)	98.31 (11.23)	45.34 (5.11)	446.30 (8.34)	366.18 (7.29)	-27.79 (-5.75)	7.40 (0.70)	0.85	0.83	0.85	$\frac{23.55}{50}$
1972	-2585.83 (-9.43)	97.60 (11.53)	53.55 (6.15)	519.62 (10.14)	391.03 (7.56)	-32.09 (-6.44)	3.66 (0.33)	0.86	0.84	0.86	$\frac{24.46}{52}$
1973	-2854.84 (-9.02)	95.88 (10.16)	51.34 (5.44)	561.40 (9.50)	420.96 (7.12)	-31.96 (-5.79)	10.70 (0.86)	0.83	0.82	0.83	$\frac{27.82}{53}$
1974	-2859.72 (-7.65)	96.99 (8.99)	51.32 (4.77)	567.40 (8.07)	411.52 (5.97)	-29.90 (-4.67)	17.70 (1.25)	0.80	0.77	0.81	$\frac{31.24}{51}$
1975	-3202.87 (-8.54)	110.46 (10.96)	34.72 (3.48)	664.55 (9.17)	405.97 (6.07)	-29.85 (-4.87)	14.32 (1.05)	0.82	0.80	0.87	$\frac{30.09}{51}$
1976	-3188.07 (-7.98)	99.70 (9.82)	36.47 (3.60)	649.51 (8.72)	404.27 (5.50)	-26.51 (-3.98)	24.16 (1.65)	0.81	0.78	0.85	$\frac{32.43}{51}$

CUADRO 6 (Continuación)

Transformación Box-Cox con cuatro parámetros y sin outliers. $\lambda = \begin{pmatrix} 0.24 \\ 0.2619 \\ -0.2617 \\ 0 \end{pmatrix}$ para todos los años. Estimación

Año	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\hat{\alpha}_5$	$\hat{\alpha}_6$	R^2	\bar{R}^2	Ajuste	$\frac{\hat{\sigma}}{N-K}$
1977	-3589.70 (-9.59)	96.72 (10.07)	38.45 (4.01)	736.58 (10.41)	451.76 (6.37)	-38.87 (-5.83)	21.32 (1.80)	0.83	0.81	0.88	$\frac{32.46}{50}$
1978	-3457.92 (-8.87)	92.22 (9.78)	34.11 (3.61)	710.56 (9.68)	429.82 (5.84)	-36.59 (-5.30)	25.86 (2.07)	0.82	0.80	0.86	$\frac{33.75}{51}$
1979	-3915.93 (-10.52)	91.36 (10.37)	36.48 (4.14)	762.55 (10.97)	508.02 (7.30)	-36.98 (-5.69)	26.95 (2.28)	0.85	0.83	0.88	$\frac{31.74}{50}$
1980	-4194.66 (-9.55)	99.17 (9.86)	37.50 (3.78)	829.41 (10.06)	532.93 (6.45)	-42.26 (-5.47)	14.58 (1.11)	0.81	0.79	0.86	$\frac{37.93}{51}$
1981	-4230.39 (-8.82)	99.76 (9.45)	36.20 (3.52)	837.36 (9.27)	529.30 (5.88)	-40.92 (-4.97)	18.25 (1.31)	0.78	0.76	0.85	$\frac{41.51}{51}$
1982	-4940.21 (-10.08)	99.75 (9.79)	34.83 (3.51)	920.67 (10.21)	642.46 (7.07)	-52.65 (-6.22)	9.57 (0.68)	0.81	0.78	0.84	$\frac{41.06}{50}$
1983	-4942.44 (-10.19)	89.29 (9.44)	42.03 (4.50)	943.97 (10.30)	654.56 (7.11)	-57.19 (-6.66)	14.01 (0.99)	0.81	0.79	0.85	$\frac{41.54}{50}$
1984	-5110.55 (-10.07)	84.98 (8.99)	50.70 (5.22)	973.97 (10.22)	683.16 (7.10)	-63.35 (-7.04)	26.70 (1.81)	0.82	0.80	0.84	$\frac{43.75}{50}$
1985	-5179.93 (-10.19)	91.53 (9.57)	46.46 (5.02)	944.83 (9.89)	715.69 (7.42)	-56.19 (-6.21)	32.93 (2.21)	0.83	0.81	0.85	$\frac{43.99}{50}$

componente aleatorio difícilmente modelizable (condiciones climáticas, coyunturales, situaciones políticas...) En el Cuadro 6 se recogen, para terminar, los resultados de la estimación del modelo eliminando estas observaciones atípicas. El criterio de eliminación, como es habitual en la literatura, ha sido desechar aquellos datos cuyo residuo en valor absoluto superaba dos veces la desviación típica. Como puede verse en la última columna del cuadro, el número de observaciones eliminadas no es nunca superior a cuatro y la calidad de las estimaciones se ve a veces notablemente mejorada.

6. Conclusiones

En este trabajo se ha llevado a cabo el estudio de un aspecto preliminar de la aplicación de la ecuación de gravedad a los datos del comercio exterior español: su forma funcional. Tradicionalmente se ha utilizado una forma funcional doble logarítmica, pero los datos indican que no es estadísticamente aceptable para explicar el comercio bilateral español. En consecuencia, se determina la forma funcional óptima para cada año y se obtienen unos resultados muy sólidos que proporcionan un fuerte respaldo al enfoque adoptado en la aplicación de la función de gravedad.

No obstante, la necesidad de conseguir estadísticos comparables en los distintos años sugiere y recomienda la conveniencia de utilizar una única forma funcional para todos los años. Afortunadamente, la evidencia admite la existencia de una única forma funcional, que es distinta de la doble logarítmica. La que aquí se propone contiene los valores medios (quitando el mayor y el menor) de los lambdas óptimos para tres de ellos y para el cuarto el valor cero, porque resulta no significativo asintóticamente. La omisión del mayor y el menor persigue aumentar la potencia del contraste de homogeneidad en la forma funcional (aunque la diferencia con la media es muy pequeña). Los resultados de las estimaciones con esa única forma funcional vuelven a confirmar la solidez del enfoque, que se ve incrementada al estimar excluyendo outliers.

Con lo anteriormente expuesto se cubre el objetivo del trabajo. Pero sería incorrecto terminar sin recordar que con esto no se agota todo lo que puede dar de sí la aplicación de la ecuación de gravedad. Como se indica en la introducción y se puede comprobar en los distintos cuadros, los coeficientes estimados muestran un comportamiento dinámico que, una vez determinada la forma funcional, sugiere una rica problemática en la modelización conjunta de toda la muestra, cuya resolución pondrá de manifiesto la auténtica potencialidad explicativa del modelo que en este trabajo se propone.

Referencias

- Aitken, N. D. (1973): «The Effect of ECC and EFTA on European Trade: A Temporal Cross-Section Analysis», *American Economic Review*, núm. 63, diciembre, págs. 881-892.

- Almagro, J. y Ferrero, A. (1982): «Exportación española. Comportamiento de las series», *ICE*, núms. 588 y 589, agosto-septiembre.
- Anderson, J. E. (1979): «A Theoretical Foundation for the Gravity Equation», *American Economic Review*, núm. 69, págs. 106-116.
- Bajo, O (1987): «Organización industrial y comportamiento exportador de los sectores industriales españoles ante la CEE», *Investigaciones Económicas* (2.ª época), núm. 3, XI, septiembre.
- Bergstrand, J. H. (1985): «The Gravity Equation in International Trade: Some Microeconomic Foundations and Empirical Evidence», *Review of Economic and Statistics*, núm. 67, agosto, págs. 474-481.
- Bonilla, J. M. (1978): «Funciones de importación y exportación de la economía española». Serie de Estudios Económicos. Servicio de Estudios del Banco de España.
- Box, G. E. P. y Cox, D. P. (1964): «An Analysis of Transformations», *Journal of the Royal Statistical Society*, series B, núm. 26, págs. 211-243.
- Casado, A.; Díaz, A.; Lasso, A. y Rivillas, F. (1982): «Factores determinantes de la exportación española», *Papeles de Economía Española*, núm. 11, págs. 256-285.
- CECA (1978): «La factura de la crisis: exportar, exportar, exportar», *Coyuntura Económica*, núm. 17, Servicio de Estudios de la Confederación Española de Cajas de Ahorros.
- Deardorff, A. (1984): «Testing Trade Theories and Predicting Trade Flows», en *Handbook of International Economics*, R. Jones and P. B. Kenen (eds.). North-Holland, Amsterdam.
- Geraci, V. J. y Prewo, W. (1977): «Bilateral Trade Flows and Transport Costs», *Review of Economics and Statistics*, núm. 59, febrero, págs. 67-74.
- Geraci, V. J. y Prewo, W. (1982): «An Empirical Demand and Supply Model of Multilateral Trade», *Review of Economics and Statistics*, núm. 64, págs. 432-441.
- Judge, G. G.; Carter Hill, R.; Griffiths, W. E.; Lutkepohl, H. y Lee, T. C. (1988): *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and Sons.
- Leamer, E. E. (1974): «The Commodity Composition of International Trade in Manufactures: An Empirical Analysis», *Oxford Economic Papers*, núm. 26, noviembre, págs. 350-374.
- Leamer, E. E. y Stern, R. (1970): *Quantitative International Economics*, Aldine P. C., Chicago.
- Linnemann, H. J. (1966): *An Econometric Study of International Trade Flows*, North-Holland, Amsterdam.
- Maravall, A. (1984): «Análisis de las series de comercio exterior». Documentos de trabajo 8405 y 8409. Servicio de Estudios del Banco de España.
- Martínez, C. (1988): «Sobre las posibilidades de la Teoría de la Dualidad para el análisis del impacto de uniones aduaneras», Mimeo.
- Mauleón, J. (1986): «Una función de exportación para la economía española», *Investigaciones Económicas* (2.ª época), vol. X, núm. 2, págs. 357-378.
- Novalés, A. (1988): *Econometría*, McGraw-Hill.
- Pöyhönen, P. (1963): «A Tentative Model for the Volume of Trade between Countries», *Weltwirtschaftliches Archiv* 90, (1), págs. 93-99.
- Sanso, M.; Cuairán, R. y Sanz, F. (1989): «Flujos bilaterales de comercio internacional. Ecuación de Gravedad y teoría Heckscher-Ohlin», *Investigaciones Económicas* (2.ª época), vol. XIII, núm. 1, págs. 155-166.
- Sapir, A. (1981): «Trade Benefits under the EEC Generalized System of Preferences», *European Economic Review*, núm. 15, págs. 339-355.
- Tinbergen, J. (1962): *Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy*, New York.
- Winters, A. (1984): «British Imports of Manufactures and the Common Market», *Oxford Economic Papers*, núm. 36, págs. 103-118.

- Zarembka, P. (1968): «Functional Form in the Demand for Money», *Journal of the American Statistical Association*, núm. 63, págs. 502-511.
- Zarembka, P. (1974): «Transformation of Variables in Econometrics», en *Frontiers in Econometrics*, P. Zarembka (eds.). Academic Press, New York.

Abstract

In this work we try to fill a gap in the study of the Spanish foreign trade behaviour: the analysis of its bilateral flows. An estimation of a free-interpreted gravity equation model for each year from 1960 to 1985 is presented. The determination of the equation functional form is our main objective and the principal outcomes derived from it confirm that an only functional form is statistically acceptable for the twenty six years, that this form is different from the traditional double logarithmic and, finally, that the explicative power of the resulting estimated equations is very encouraging. Finally, the estimated coefficients have a dynamic behaviour that demands additional attention in the future.

Recepción del original, octubre de 1989
Versión final, febrero de 1990