Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XVI, n.º 3 (1992), pp. 443-462.

SOBRE EL CALCULO DE PRIMAS POR PLAZO: EL CASO DEL MERCADO INTERBANCARIO A UNO Y SIETE DIAS*

Rafael FLORES DE FRUTOS
y
Emilio J. DOMINGUEZ IRASTORZA
Universidad Complutense de Madrid

Bajo el supuesto de Expectativas Racionales, se propone un método iterativo para aproximar el conjunto de información que manejan los agentes al formar sus expectativas. Utilizando dicho método, se aproxima el conjunto que utilizan los agentes cuando forman sus expectativas sobre los tipos, a uno y siete días, en el mercado interbancario español. Con este conjunto se evalúa la capacidad del modelo de las expectativas para explicar las relaciones entre dichos tipos; se calcula la prima por plazo implícita en el tipo a siete días y se contrastan las hipótesis teóricas habituales sobre dichas primas.

1. Introducción

El análisis de la estructura intertemporal de tipos de interés es uno de los temas de investigación que más atencion ha recibido por parte de la literatura financiera en los últimos años [véase por ejemplo Shiller (1990)]. En relación con la economía española, se han producido recientemente trabajos de gran interés: Ayuso y de la Torre (1991), Ayuso, Novales y de la Torre (1990, 1991), Ezquiaga y Freixas (1989) son algunos ejemplos.

En muchos de esos trabajos se calculan primas por plazo, se contrastan hipótesis acerca de dichas primas y se analizan sus determinantes. Todos estos trabajos descansan sobre una idea común, los tipos de interés a largo plazo reflejan, en gran medida, las expectativas del mercado acerca de la evolución futura de los tipos a corto plazo. La expresión matemática de esta idea común la constituyen los modelos de expectativas. Estos modelos han sido ampliamente utilizados en la literatura y constituyen la base para el cálculo de las primas por plazo en mercados financieros.

Los modelos de expectativas, o lo que es lo mismo, la representación de los tipos a largo plazo como una media simple o ponderada de las expectativas

* Queremos agradecer a M. Gracia, M. Jerez, A. Novales, T. Pérez, A. B. Treadway y a tres evaluadores anónimos sus valiosos comentarios y sugerencias. Por supuesto, cualquier error que pudiera encontrarse en este trabajo es de nuestra exclusiva responsabilidad. Este trabajo de investigación se ha realizado con la ayuda recibida de Caja-Madrid y de la DGICYT, proyecto n.º: PB89-0129.

sobre los tipos a corto futuros, no son instrumentos teóricos unánimemente aceptados [véase Shiller (1989) o Begg (1982)]. La evidencia empírica parece contradictoria y en todo caso, sea a favor o en contra, siempre está condicionada: 1) a los mercados concretos estudiados, 2) al supuesto realizado acerca del conjunto de información que manejan los agentes y 3) a lo adecuado del mecanismo generador de expectativas elegido.

El cálculo de primas por plazo, los contrastes de hipótesis acerca de dichas primas y el análisis de sus determinantes sólo tienen sentido si se acepta el modelo de las expectativas como una representación adecuada de la relación entre tipos. Por este motivo, pensamos que todos esos cálculos deberían llevarse a cabo, una vez se haya evaluado y aceptado, como suficiente, la capacidad del modelo teórico para explicar la relación entre tipos.

Los supuestos acerca de la información que manejan los agentes y el mecanismo generador de expectativas, son fundamentales a la hora de evaluar el poder explicativo de estos modelos. En este sentido y bajo el supuesto de que los agentes utilizan óptimamente dicha información, la principal contribución de este trabajo, es el desarrollo de un método iterativo que permite aproximar el conjunto de información de los agentes a través de lo que denominamos un «conjunto de información robusto». Este método permite mejorar de forma iterativa las estimaciones de la prima por plazo y proporciona finalmente una estimación más rigurosa de la misma.

A partir de dicha estimación, se pueden contrastar las distintas hipótesis que la teoría propone en relación con las primas por plazo, sin tener que condicionar dichos contrastes a la validez de un supuesto arbitrario sobre el conjunto de información. Al mejorar las estimaciones de la prima por plazo, mejora el análisis de sus determinantes y lo que es más importante, permite evaluar de forma más fiable la capacidad explicativa de las expectativas de los tipos a corto, en la determinación de los tipos a largo.

El artículo queda ordenado de la manera siguiente: en la Sección 2 se expone brevemente el modelo teórico de las expectativas, elemento clave en el estudio de la estructura temporal de tipos. En la Sección 3, se resaltan la importancia del modelo teórico y el supuesto acerca del conjunto de información, en el cálculo de la prima por plazo. En la Sección 4 se define el concepto de «conjunto de información robusto» y se expone con detalle la metodología para su identificación. En la Sección 5 y como ejemplo de aplicación práctica, se utiliza dicha metodología en el estudio de las relaciones entre los tipos a uno y siete días en el mercado interbancario español. Por último, en la Sección 6, se hace un resumen de las principales conclusiones.

El material gráfico necesario para que el lector pueda evaluar los modelos econométricos estimados, se ha omitido del artículo por razones de espacio. Dicho material está disponible en el documento de trabajo n.º 9215 de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Complutense de Madrid.

2. Modelo teórico

Consideremos en primer lugar un mundo sin incertidumbre, es decir en el que la previsión perfecta es factible. Supongamos un agente, sin preferencias *a priori* por un determinado plazo, que en el período de tiempo (día) t, se enfrenta a dos estrategias de inversión alternativas:

a) Invertir un cierto capital en un activo financiero de plazo N días.

b) Invertir durante N días consecutivos ese capital, más los intereses que vaya generando, en un activo financiero de plazo un día.

Sea r_{Nt} el tipo de interés simple anual (base 360 días), en tanto por uno, vigente en el período t que produce el activo a N días, y sea r_{1t} el tipo de interés simple anual (base 360 días), en tanto por uno, vigente en el período t que produce el activo a un día.

Si el inversor escoge la estrategia (*a*), al cabo de N días, este agente obtendrá por cada peseta invertida:

$$(1+\frac{r_{Nt}}{360}\times N)$$

pesetas. Si el inversor escoge la estrategia (*b*), al cabo de N días habrá obtenido por cada peseta:

$$\prod_{j=0}^{N-1}(1+\frac{r_{1t+j}}{360})$$

pesetas.

Una condición necesaria para la ausencia de operaciones de arbitraje en este contexto, es que ambos rendimientos se igualen:

$$(1+\frac{r_{Nt}}{360}\times N)=\prod_{j=0}^{N-1}(1+\frac{r_{1t+j}}{360}) \qquad [1]$$

Tomando logaritmos neperianos (ln) y multiplicando ambos miembros de la igualdad por $360/N$ se obtiene una condición equivalente a [1] pero con tipos continuos [véase Ayuso, Novales y de la Torre (1990)]:

$$NR_{Nt}=\sum_{j=0}^{N-1}R_{1t+j} \qquad [2]$$

donde:

$$R_{Nt}\equiv ln(1+r^{c}_{Nt})$$

$$R_{1t+j}\equiv ln(1+r^{c}_{1t+j})$$

El superíndice «c» indica que los tipos en letra minúscula son tipos de interés compuesto. En la práctica, utilizando la aproximación $ln(1+x)=x$ para x pequeño, un tipo continuo se puede aproximar por $ln(1+$ tipo simple). En adelante sólo haremos referencia a tipos continuos.

Relajemos ahora los supuestos de previsión perfecta y ausencia de preferencias por un plazo determinado. Supongamos que el agente, en cada instante de tiempo t, sólo dispone de un conjunto de información limitado Ω_t que incluye R_{1t} y R_{Nt}. Dado que R_{1t+j} para $j>0$ no forma parte del conjunto Ω_t, los agentes tendrán que prever su valor. En este contexto la nueva condición de ausencia de arbitraje se obtiene directamente de [2] sustituyendo R_{1t+j} por su esperanza condicional:

$$R_{Nt} = \frac{1}{N}\left[\sum_{j=0}^{N-1} E(R_{1t+j}/\Omega_t)\right] + k_t \qquad [3]$$

o con objeto de simplificar la notación

$$R_{Nt} = F_t + k_t$$

donde:

$$F_t \equiv \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1} E(R_{1t+j}/\Omega_t)$$

El término $E(R_{1t+j}/\Omega_t)$ representa la esperanza que el mercado calcula en t sobre R_{1t+j}, condicionada al conjunto de información disponible en ese período.

El modelo de las expectativas, representado por la ecuación [3], postula que en ausencia de arbitraje, el tipo de interés a más largo plazo es una media simple de las expectativas que el mercado realiza sobre el tipo a corto, más un término k_t. A este término se le denomina prima por plazo implícita en R_{Nt} frente a R_{1t} y representa los gustos o preferencias *a priori* de los agentes por un determinado plazo.

Si R_{Nt} refleja fundamentalmente las expectativas sobre el tipo a corto, la prima por plazo debería ser cero, constante o presentar poca varianza en relación con R_{Nt}, esto es, F_t debería ser el elemento más importante en la explicación de la variabilidad del tipo a largo.

Evaluar esta hipótesis no es trivial, ya que las expectativas que forma el mercado no son observables. Su estimación requiere dos supuestos, uno acerca del conjunto de información que manejan los agentes y otro acerca del mecanismo generador de las expectativas. Si F_t no explica de forma adecuada la variación en R_{Nt}, esto no quiere decir necesariamente que el modelo de expectativas sea incorrecto, es posible que el conjunto de información o el mecanismo generador de expectativas no sean los adecuados.

Una forma de resolver el problema de elegir un mecanismo generador de expectativas, es suponer que los agentes utilizan óptimamente el conjunto de información de que disponen, entendiendo por ello proyecciones lineales. Fijado un conjunto de información, este supuesto genera un único mecanismo de formación de expectativas. Si la variable F_t, obtenida bajo este supuesto, no explica «suficientemente bien» la variación del tipo a largo, sólo puede deberse a dos factores: (*a*) el modelo de las expectativas no es adecuado y/o (*b*) el conjunto de información es erróneo.

3. Primas por plazo y modelo teórico

La literatura distingue tres teorías en relación con las primas por plazo [véase Nelson (1979)]:

a) La Hipótesis de Expectativas Puras (Meiselman, 1962). Esta teoría establece que los agentes son neutrales al riesgo y/o no tienen preferencias *a priori* por un determinado plazo. Como consecuencia k_t no es importante y puede considerarse igual a cero.

b) La Hipótesis de la Preferencia por la Liquidez (Hicks, 1939) supone que los agentes tienen cierta preferencia por los activos a corto plazo y la prima por plazo asociada con R_{Nt} frente a R_{1t}, que es positiva, no varía en el tiempo, aunque si lo hace con el plazo de vencimiento. En las formalizaciones actuales de esta hipótesis se permite que la «prima por liquidez» varie en el tiempo, siempre que se mantenga positiva.

c) La Hipótesis del Hábitat Preferido (Modigliani y Sutch, 1966 y 1967). Esta hipótesis sugiere que las primas por plazo, si existen, no tienen por qué ser constantes en el tiempo ni en magnitud ni en signo, su valor en un momento dado dependerá de la intensidad y distribución de las preferencias de los agentes por un determinado plazo.

Si el modelo [3] es adecuado y F_t conocido, el cálculo de k_t es inmediato a partir de [3]:

$$k_t = R_{Nt} - F_t \qquad [4]$$

En la práctica F_t es generalmente desconocido y por tanto será necesario estimarlo. En consecuencia, el cálculo de la prima por plazo queda determinado por el cálculo de F_t.

Si se conociera exactamente el conjunto de información que manejan los agentes, siempre se podría elaborar a partir de él un modelo multivariante estocástico (MS) y estimar F_t. Lamentablemente, tal conocimiento no es posible. Por consiguiente, si se quiere estimar F_t, será necesario hacer un supuesto acerca de Ω_t y afrontar los problemas asociados: 1) Si se supone un conjunto de información muy escueto es posible que se omitan variables relevantes; en este caso cabe esperar que F_t estimado no explique suficientemente bien la variación en R_{Nt}, la estimación de k_t resulte sesgada y se tienda a aceptar la hipótesis del Hábitat Preferido. 2) Por el contrario, si se define un conjunto de información muy amplio, probablemente se incluirán variables supérfluas o irrelevantes. Aunque este hecho no tiene por qué afectar de forma importante a la estimación de k_t, un conjunto de información excesivamente amplio puede resultar intratable en la práctica.

El problema de hallar un conjunto de información adecuado es especialmente importante si lo que se pretende es estimar k_t, analizar sus determinantes o contrastar hipótesis relacionadas con ella. Un conjunto de información erróneo puede sesgar los resultados de todos estos análisis.

Supongamos por ahora que se conoce dicho conjunto de información y que k_t se ha estimado adecuadamente. Una vez calculada la prima por plazo de un activo frente a otro, un análisis univariante de dicha prima, así como la varianza relativa de ∇k_t frente a ∇R_{Nt}, ayudarán a discriminar entre las hipótesis *a), b)* y *c)*. El análisis de los determinantes de las primas por plazo sólo tendrá sentido si se acepta la hipótesis *c)*, o la hipótesis *b)* en su definición menos restrictiva.

4. Una metodología para la elección de Ω_t

En la Sección anterior se ha puesto de manifiesto la importancia de: 1) el modelo de las expectativas y 2) el supuesto acerca del conjunto de información que manejan los agentes, en el cálculo de primas por plazo. Por este motivo, antes de llevar a cabo esta tarea, pensamos que es conveniente evaluar el grado en que el modelo de las expectativas, condicionado al supuesto concreto acerca de Ω_t, refleja la relación entre tipos.

Dado [4], para estimar k_t es necesario estimar F_t. Para estimar F_t es necesario suponer: 1) un conjunto de información Ω_t y 2) un mecanismo generador de expectativas. Con objeto de poder identificar de forma única el mecanismo generador de expectativas asociado a un conjunto de información dado, suponemos que los agentes utilizan óptimamente el conjunto de información disponible, es decir, forman sus expectativas utilizando un mecanismo que proporciona errores de previsión un período hacia delante que: *a)* no presentan autocorrelación y *b)* están incorrelacionados con el conjunto de información disponible en el momento de calcular las previsiones. Esto es, supondremos que el mecanismo generador de expectativas asociado a un conjunto de información con «*n*» variables es un proceso estocástico *n*-dimensional [MS (n)].

Aunque el conjunto de información que manejan los agentes es desconocido, se conocen algunas de sus características:

1) Asociado a ese conjunto desconocido existe un R^2 definido como:

$$R^2 = 1 - \frac{Var(S_{3t})}{Var(\nabla R_{Nt})}$$

donde:

$$\nabla R_{Nt} = S_{1t} + S_{2t} + S_{3t} \qquad [5]$$

con

$$S_{1t} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-2} [E(R_{1t+j}/\Omega_t) - E(R_{1t+j}/\Omega_{t-1})] \qquad [5a]$$

$$S_{2t} = \frac{1}{N} [E(R_{1t+N-1}/\Omega_t) - R_{1t-1}] \qquad [5b]$$

$$S_{3t} = k_t - k_{t-1} \qquad [5c]$$

Si el modelo [3] es adecuado, pensamos que dicho R^2 debe ser máximo. Esto es, cualquier otro conjunto de información que no sea el que los agentes utilizan para formar sus expectativas, tendrá asociado un R^2 menor o igual. Un R^2 alto indica que ∇F_t $(S_{1t} + S_{2t})$ explica un elevado porcentaje de la varianza de ∇R_{Nt}. Por consiguiente, cuanto más alto sea el R^2 más fiable será el modelo [3].

2) Si del conjunto de información que manejan los agentes, se omite una variable, es de esperar que F_t, k_t y el R^2, difieran de los asociados al conjunto de información con todas las variables. Además, S_{1t}, calculada con ese conjunto erróneo, deberá estar correlacionada con la variable omitida.

3) Si al conjunto de información verdadero se le añade una variable, es de esperar que F_t, k_t y el R^2, asociados a este conjunto ampliado, no difieran de los F_t, k_t y R^2 asociados al conjunto de información verdadero.

Nuestro objetivo es hallar un conjunto de información que reúna al menos estas tres características, a dicho conjunto de información lo llamaremos «conjunto de información robusto». Las primas por plazo calculadas a partir de dicho «conjunto robusto», gozarán de mejores propiedades que las que se calculen a partir de cualquier otro conjunto de información. En ese sentido se puede decir que son «óptimas».

Una vez estimada k_t de forma «óptima» se puede proceder al contraste de las Hipótesis de Expectativas, Preferencia por la Liquidez y Hábitat Preferido, así como a estudiar los determinantes de dichas primas.

En la práctica, la obtención de un «conjunto de información robusto» se puede conseguir a través de un proceso iterativo que consiste en:

a) Definir un conjunto de información inicial con m variables, $\Omega_t^{(m)}$.
b) Elaborar el modelo MS (m) correspondiente.
c) Calcular la prima por plazo, F_t, la variable S_{1t} y el R^2 asociados con $\Omega_t^{(m)}$: $k_t^{(m)}$, $F_t^{(m)}$, $S_{1t}^{(m)}$ y $R^{2(m)}$.
d) Ampliar $\Omega_t^{(m)}$ con una variable, $\Omega_t^{(m+1)}$. Esta variable puede ser elegida entre aquellas que presenten correlaciones retardadas importantes con $S_{1t}(m)$.

e) Elaborar el modelo $MS^{(m+1)}$ correspondiente.
f) Calcular $k_t^{(m+1)}$, $F_t^{(m+1)}$, $S_{1t}^{(m+1)}$ y $R^{2(m+1)}$.
g) Ampliar $\Omega_t^{(m+1)}$ con una variable, $\Omega_t^{(m+2)}$. Esta variable puede ser elegida entre aquellas que presenten correlaciones retardadas importantes con $S_{1t}^{(m+1)}$.

Así sucesivamente hasta encontrar un conjunto de n variables tal que: $k_t^{(n)} = k_t^{(n+1)}$, $F_t^{(n)} = F_t^{(n+1)}$ y $R^{2(n)} = R^{2(n+1)}$. Dado que k_t (y F_t) será en general una serie temporal estocástica, diremos que $k_t^{(n)} = k_t^{(n+1)}$ cuando los procesos estocásticos univariantes para $k_t^{(n)}$ y $k_t^{(n+1)}$ coincidan.

5. Análisis del mercado interbancario a siete días

Siguiendo la estrategia expuesta en la Sección anterior, se analiza hasta qué punto el tipo de interés a siete días refleja las expectativas que los agentes realizan sobre el tipo a un día. A partir de un conjunto de información robusto, se calcula la prima por plazo implícita en el tipo a siete días frente al tipo a un día.

Las series temporales utilizadas para este análisis son las siguientes:

— r_{1t}: Tipo de interés interbancario simple anual, de base 360 días, en tantos por uno, a un día. Media diaria. Fuente: Cinta magnética del Banco de España.
— r_{7t}: Tipo de interés interbancario simple anual, de base 360 días, en tantos por uno, a siete días. Media diaria. Fuente: Cinta magnética del Banco de España.

Cada serie consta de 354 observaciones diarias, de lunes a viernes, correspondientes al período 2/1/1989 - 10/5/1990. En este período el Banco de España utilizó como instrumento básico para el control del tipo a un día, las subastas de préstamos de regulación monetaria. Por tanto el período analizado puede considerarse homogéneo en ese sentido.

Con objeto de estudiar las propiedades estadísticas de estas series y elaborar posteriormente modelos más complejos, se realizaron los correspondientes análisis univariantes. También se llevó a cabo el análisis univariante de la serie diferencial D_t ($D_t = R_{7t} - R_{1t}$) para investigar el caso más simple de cointegración. El Cuadro 1 presenta los modelos univariantes (US) estimados para las series R_{1t}, R_{7t} y D_t.

Todas las funciones de correlaciones cruzadas que aparecen en el artículo, se calculan a partir de las series preblanqueadas con sus respectivos modelos US.

De este primer análisis cabe destacar cuatro puntos:

1) Se detectan fuertes valores extremos que nada tienen que ver con intervenciones del Banco de España vía subastas, véase Cuadro 2.

CUADRO 1
Modelos univariantes

R_{1t}: Tipo de interés a un día

$$\underset{(.05)}{(1 + .08B^5} + \underset{(.05)}{.13B^{10})} \nabla R_{1t} = (1 - \underset{(.05)}{.35B} - \underset{(.06)}{.15B^2} - \underset{(.05)}{.13B^3})a_t$$

$\sigma_a = 0.24\,\%$
$Q(10) = 6.1$
Asimetría = 0.3
Curtosis = 9.2
Periodo = 21 días
Amortiguamiento = 0.4

R_{7t}: Tipo de interés a siete días

$$\nabla R_{7t} = a_t$$

$\sigma_a = 0.12\,\%$
$Q(10) = 7.9$
Asimetría = 0.4
Curtosis = 5.6

D_t: Diferencial de tipos $(R_{7t} - R_{1t})$

$$\underset{(.05)}{(1 - .30B)} [D_t - \underset{(.0001)}{.0008}] = a_t$$

$\sigma_a = 0.16\,\%$
$Q(10) = 9.3$
Asimetría = 0.9
Curtosis = 22.2

Nota: Desviaciones típicas en paréntesis.

Estos valores extremos provocan en general el rechazo de la hipótesis de normalidad, fundamentalmente debido a problemas de leptocurtosis.

A pesar del gran tamaño de estas anomalías, ocho desviaciones típicas en algún caso, la estructura estocástica de las series analizadas no se ve seriamente afectada, esto es, los modelos US estimados son robustos a dichos valores extremos.

El problema de valores extremos, también está presente en los trabajos de Ayuso y de la Torre (1991) y Ayuso, Novales y de la Torre (1990). Estos autores depuran los datos utilizando modelos de intervención. Si el conjunto de información consta de dos o más variables y se desea estudiar las relaciones

CUADRO 2
Residuos superiores a dos desviaciones típicas

Fecha	*R*1	*R*7	*D*	Comentario
03-01-89		*X*		
20-01-89	*X*		*X*	
24-01-89		*X*		
31-01-89	*X*		*X*	
01-02-89		*X* (4.0)	*X*	
02-02-89	*X*		*X* (8.0)	
03-02-89	*X* (6.6)	*X* (4.0)	*X*	
06-02-89	*X*			Intervención BE
03-04-89	*X*	*X*	*X*	
21-04-89	*X*	*X*	*X*	
24-04-89			*X*	
25-04-89		*X*		
27-04-89		*X*		
28-04-89		*X*		
03-05-89	*X*	*X*		
11-05-89	*X*		*X* (5.2.)	
09-06-89		*X*		
19-06-89	*X*	*X* (−4.0)		
23-06-89	*X*			
26-06-89		*X*		
27-06-89		*X*		
13-07-89		*X*		
11-08-89			*X*	
22-12-89	*X* (−4.3)		*X* (5.0)	
25-12-89			*X* (4.0)	
26-12-89	*X* (4.5)	*X* (4.0)	*X*	
28-12-89		*X*		
12-01-90	*X*	*X*		
22-01-90	*X* (4.8)		*X* (6.0)	
23-01-90	*X*			
12-02-90	*X*		*X* (4.0)	
13-02-90	*X*			
12-03-90	*X*	*X* (−4.6)		
13-03-90	*X*	*X* (5.1)		

Notas:
(1) Cuando el residuo es superior a cuatro desviaciones típicas se indica entre paréntesis.
(2) El Banco de España también intervino en 6-3-89 y 6-7-89. Estas fechas no aparecen como extremos en el análisis.

dinámicas que las unen, la idea de realizar un análisis de intervención previo no parece muy buena, al menos sin saber la causa exacta de tales anomalías.

El tratamiento indiscriminado de valores extremos puede distorsionar dichas relaciones. Este no es un tema zanjado y necesita de investigación adicional, esto es, determinar con exactitud las causas que originaron los valores extremos, para en función de ellas, poder darles un tratamiento adecuado.

2) Se detecta claramente una relación de cointegración entre R_{7t} y R_{1t}, del tipo $C(1,1)$ y vector de cointegración $(1\ -1)$. Los tipos a uno y siete días son no estacionarios y necesitan claramente un factor ∇, este factor no es necesario al modelizar D_t.

La detección de una relación de cointegración en el vector de tipos es importante, pues permite reducir la dimensión de no estacionariedad de dicho vector y aumentar por tanto la eficiencia de las estimaciones.

3) La prima por plazo calculada utilizando las previsiones del modelo US de R_{1t}, Gráfico 1, no es estacionaria, alterna en signo y la varianza de ∇F_t representa sólo un 20 % de la varianza de ∇R_{7t}. Estos resultados indican: *a)* que la Hipótesis del Hábitat Preferido es la más apropiada, si se consideran adecuados tanto el conjunto de información como el modelo de las expectativas y *b)* que las expectativas de los agentes acerca de la evolución futura de R_{1t}, estimadas a través del modelo US de R_{1t}, no son de gran importancia en la determinación de R_{7t}.

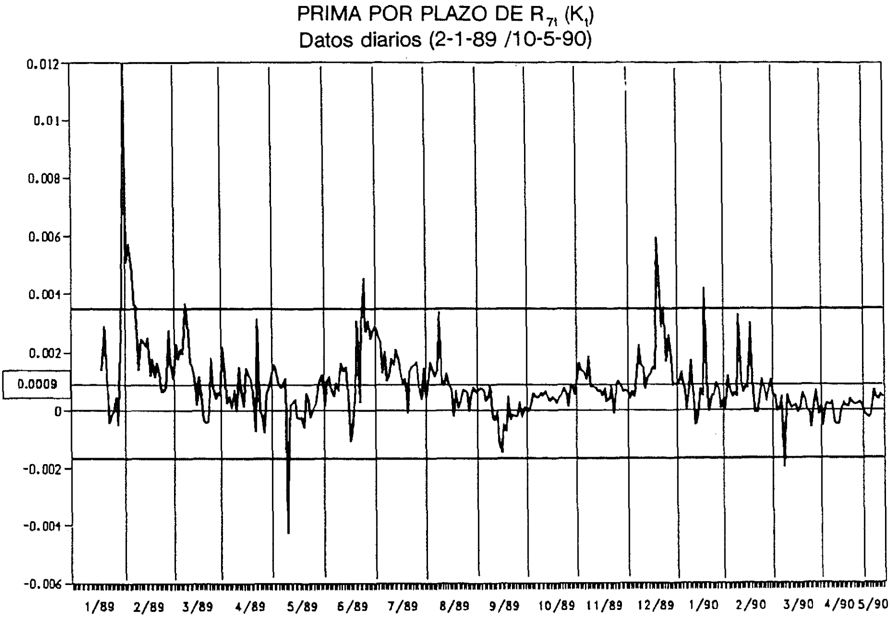

Gráfico 1
Prima por plazo de R_{7t}. Las previsiones de R_{1t} se han calculado con su modelo univariante.

4) La función de correlaciones cruzadas entre S_{1t} y R_{7t}, Gráfico 2, sugiere la ampliación del conjunto de información con R_{7t}, ya que se aprecian correlaciones cruzadas importantes en los retardos -3, -2, -1, 1 y 2. Por consi-

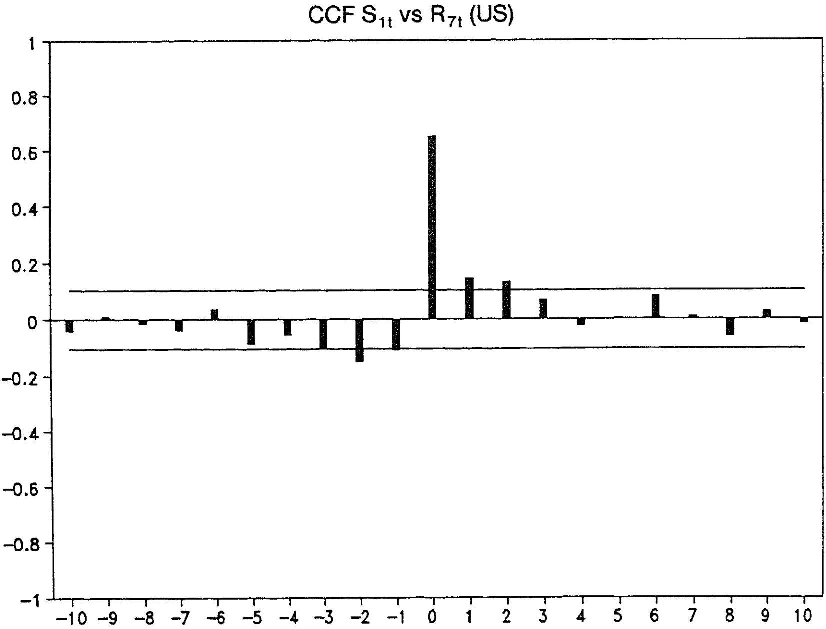

Gráfico 2
ccf: S_{1t} vs R_{7t}. $K>0$ indica que $R_{7t} \rightarrow S_{1t+k}$.

guiente los resultados del apartado anterior pueden estar sesgados por una mala elección del conjunto de información.

Con esta nueva información, se decide ampliar el conjunto inicial incorporando la variable R_{7t}.

Siguiendo a Peña (1990) en la elaboración de modelos multivariantes en presencia de cointegración, se elaboró un modelo bivariante estocástico para el vector de tipos. La estimación final del modelo se realizó por el procedimiento de máxima verosimilitud exacta, Hillmer y Tiao (1979).

Debido a la presencia de cointegración en el vector de tipos, el modelo admite tres representaciones alternativas, véase Cuadro 3. La que denominamos Representación general es la que fue realmente estimada, las otras dos se deducen fácilmente de la primera:

Teniendo en cuenta que

$$\begin{pmatrix} 0 & \nabla \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1t} \\ R_{7t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla R_{7t} \\ D_t \end{pmatrix}$$

y normalizando se obtiene la Representación (A).

De la misma forma, teniendo en cuenta que

$$\begin{pmatrix} \nabla & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1t} \\ R_{7t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla R_{1t} \\ D_t \end{pmatrix}$$

y normalizando se obtiene la Representación (B).

CUADRO 3
Modelo bivariante

Representación general:

$$\begin{pmatrix} 1 & \underset{(.07)}{-.88B} \\ 0 & \underset{(.05)}{1-.30B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla R_{1t} \\ D_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underset{(.000)}{-.001} \\ \underset{(.000)}{.001} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{dt} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 0.22\ \% \\ \bar{a}_1 &= 0.0 \\ \sigma_d &= 0.14\ \% \\ \bar{a}_d &= 0.0 \\ Q_1\ (13) &= 15 \\ Q_d\ (13) &= 11 \\ Corr\ (a_{1t}, a_{dt}) &= -0.84 \\ M\ (1) &= 0.78 \end{aligned}$$

Representación alternativa (A):

$$\begin{pmatrix} 1 & \underset{(.04)}{-.18B} \\ 0 & \underset{(.05)}{1-.30B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla R_{7t} \\ D_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underset{(.000)}{.000} \\ \underset{(.000)}{.001} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} + a_{dt} \\ a_{dt} \end{pmatrix}$$

Representación alternativa (B):

$$\begin{pmatrix} 1-.12B & -.88B \\ .18B & 1-1.30B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1t} \\ R_{7t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -.001 \\ .000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{1t} + a_{dt} \end{pmatrix}$$

Notas:
(1) Desviaciones típicas en paréntesis. Un valor de (.000) indica una desviación típica menor que .0005.
(2) Los valores de $Q(m)$ corresponden al estadístico de Ljung-Box. Grados de libertad entre paréntesis.
(3) El valor de M corresponde al estadístico M (1) de razón de verosimilitudes, véase Tiao y Box (1981). Orden del proceso AR entre paréntesis.

Tanto la Representación general como la Representación (A), son dos representaciones equivalentes y escuetas en el uso de parámetros. Ambas permiten estimar, de forma eficiente, los parámetros del modelo bivariante estocástico que sigue el vector de tipos $(R_{1t}\ R_{7t})'$.

De este análisis destacamos cuatro puntos:

1) El modelo bivariante mejora claramente los resultados del análisis univariante. Este modelo utiliza únicamente cuatro parámetros, frente a los siete del análisis US, y presenta menores desviaciones típicas residuales.

2) El Gráfico 3 muestra la serie ∇F_t estandarizada. Las expectativas necesarias para el cálculo de ∇F_t, se obtienen del modelo bivariante, suponiendo que en el momento t los agentes conocen R_{1t} y R_{7t}. Esta serie explica el 91 % ($R^2 = .91$) de la variación en ∇R_{7t}. Este resultado indica que las expectativas sobre R_{1t}, calculadas con el modelo bivariante, son de gran importancia en la determinación del tipo a siete días. Por consiguiente el modelo [3] parece reflejar adecuadamente la relación entre tipos.

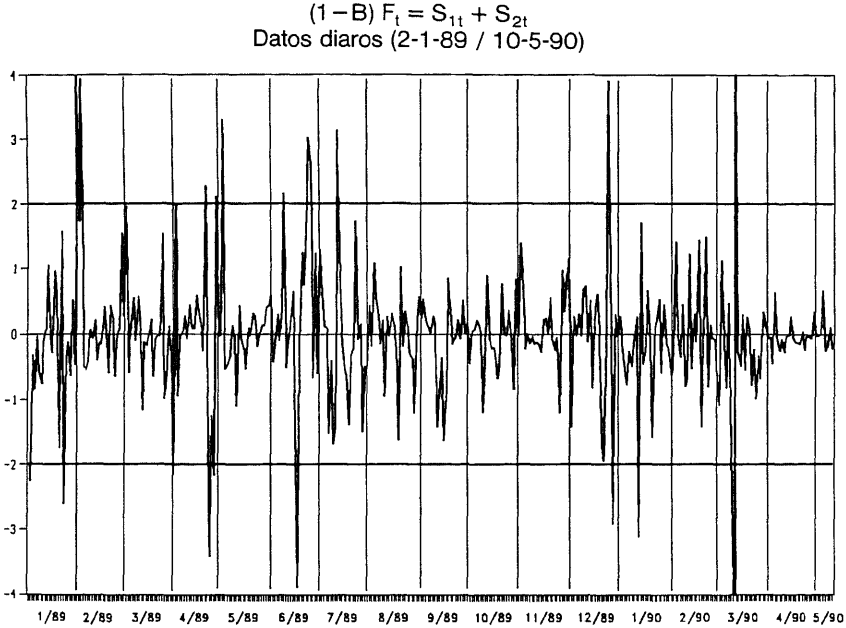

Gráfico 3

∇F_t.

3) El Gráfico 4 muestra la serie k_t estimada a partir de las previsiones del modelo bivariante. Dicha serie es estacionaria, no presenta autocorrelación, tiene media igual a $.85 \times 10^{-3}$ y desviación típica de $.03 \times 10^{-3}$. Las funciones de correlaciones cruzadas: S_{3t} *vs* R_{1t} y S_{3t} *vs* D_t, Gráficos 5 y 6 respectivamente, presentan valores importantes para retardos distintos de cero. Estos resultados apoyan la hipótesis del Hábitat Preferido tal y como se define en Nelson (1979), no obstante, dado que presenta una varianza muy pequeña y es siempre positiva (excepto en 21-4-89), la Hipótesis de Preferencia por la Liquidez no se ve rechazada de forma contundente.

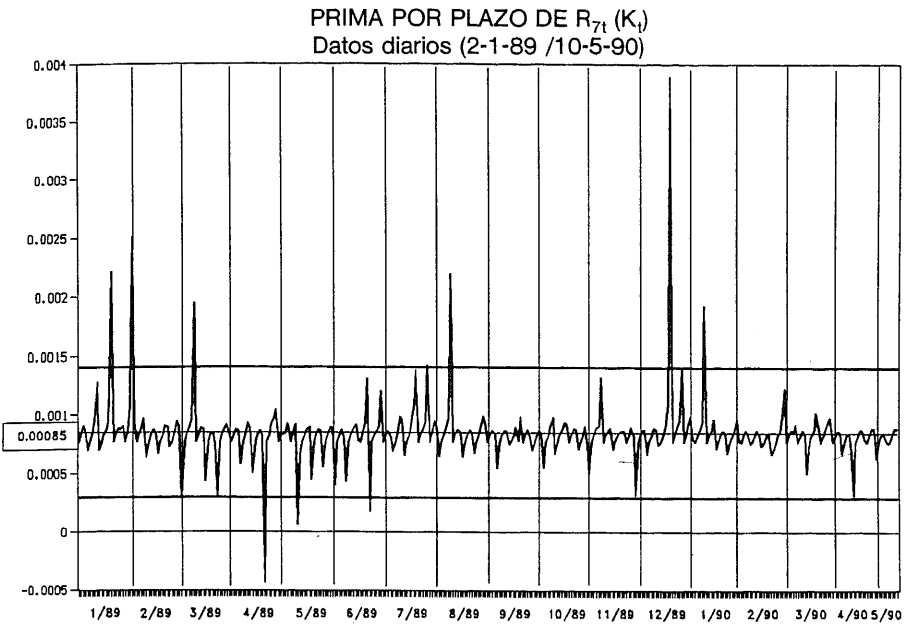

Gráfico 4

Prima por plazo de R_{7t} (k_t). Las previsiones de R_{1t} han sido calculadas a partir del modelo Bivariante.

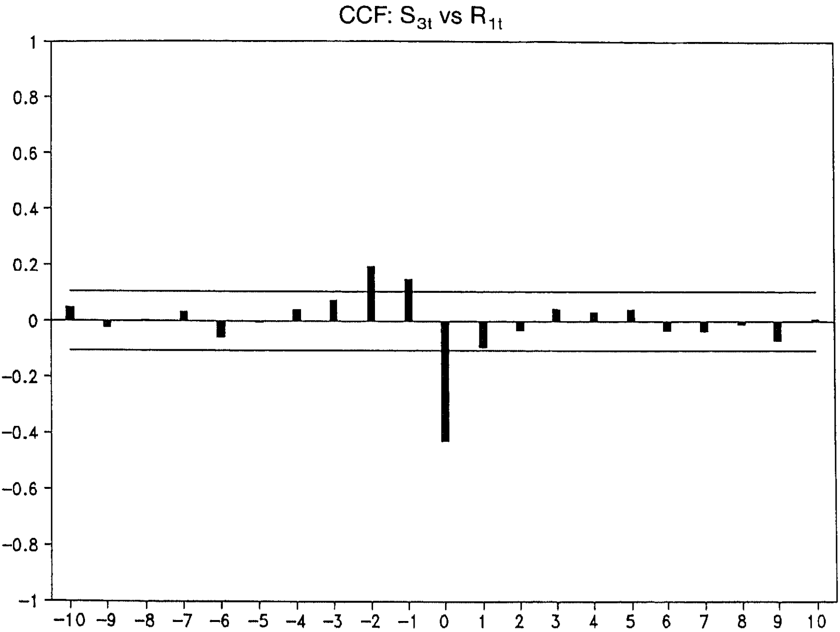

Gráfico 5

ccf: S_{3t} vs R_{1t}. $K > 0$ indica que $R_{1t} \rightarrow S_{3t+k}$.

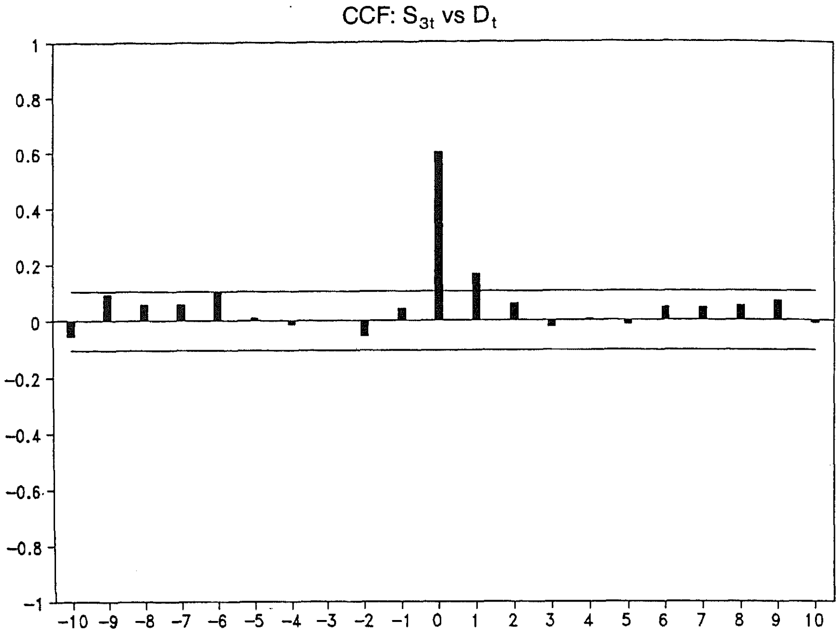

Gráfico 6
ccf: S_{3t} vs D_t. $K > 0$ indica que $D_t \rightarrow S_{3t+k}$.

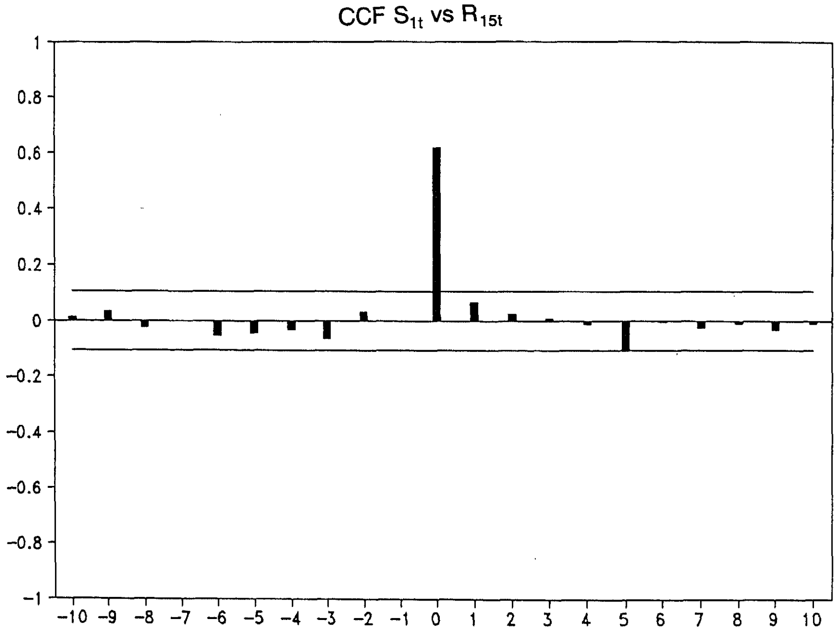

Gráfico 7
ccf: S_{1t} vs R_{15t}. $K > 0$ indica que $R_{15t} \rightarrow S_{1t}$.

La prima por plazo estimada a partir del conjunto de información formado por el presente y pasado de las series R_{1t} y R_{7t}, presenta unas características muy distintas a la obtenida con el primer conjunto de información. Estos resultados son suficientes para concluir que el conjunto de información inicial, formado por el presente y pasado de R_{1t}, no era un conjunto robusto.

Con objeto de investigar la posible presencia de heteroscedasticidad condicional, se calcularon las funciones de autocorrelación simple y parcial de las series de residuos al cuadrado del modelo bivariante. Este análisis puso de manifiesto la importancia del dato 24-4-89; su tratamiento mediante un análisis de intervención bastó para eliminar cualquier estructura en las acf y pacf mencionadas anteriormente.

Se intentó ampliar el conjunto de información formado por R_{1t} y R_{7t} introduciendo el tipo a quince días (R_{15t}). La función de correlaciones cruzadas entre esta última variable y S_{1t} (Gráfico 7) no parece apoyar la incorporación de esta nueva variable. No obstante se elaboró un modelo trivariante estocástico incluyendo el tipo de interés a quince días. Este modelo no mejora el ajuste obtenido con el modelo bivariante ni modifica las estimaciones de F_t y k_t obtenidas a partir del conjunto de información anterior.

El buen ajuste que proporciona el modelo [3] con el conjunto de información formado por R_{1t} y R_{7t}, así como la poca importancia de R_{15t} en la formación de expectativas sobre R_{1t}, hace pensar que estamos ante un conjunto de informa-

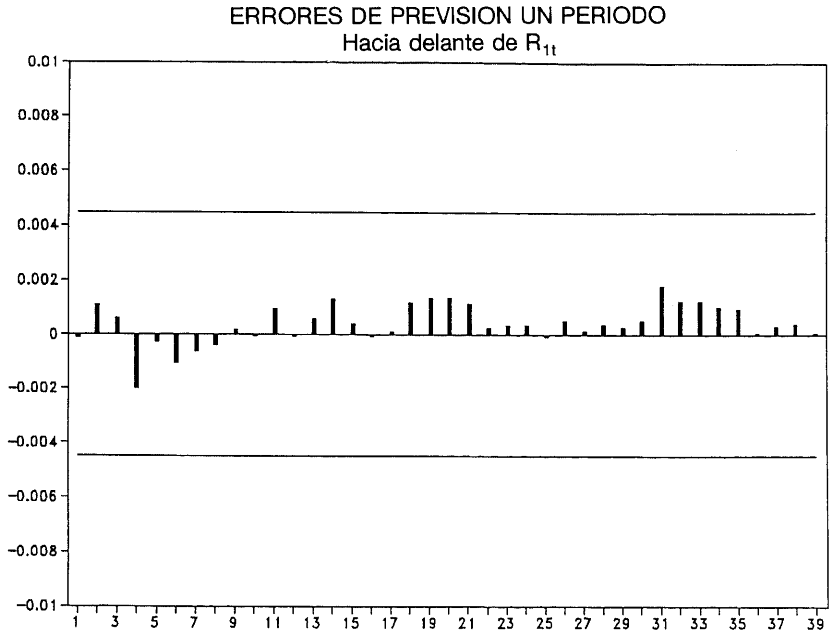

Gráfico 8
Errores de previsión de R_{1t}.

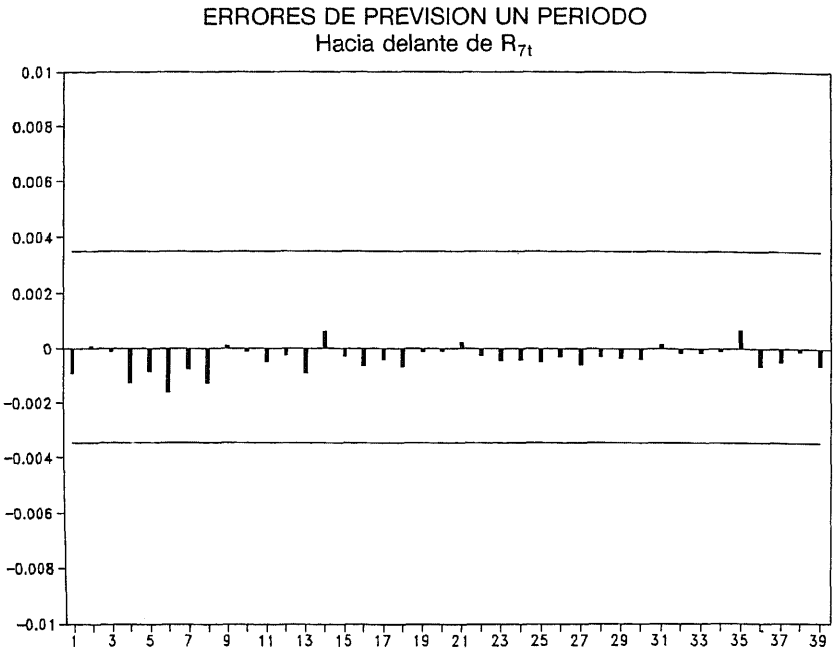

Gráfico 9
Errores de previsión de R_{7t}.

ción robusto y por tanto ante una estimación convincente de la prima por plazo.

El modelo bivariante se reestimó sin las últimas cuarenta observaciones para comprobar su robustez y capacidad predictiva. Los Gŕaficos 8 y 9 muestran los errores de previsión, un período hacia delante, obtenidos.

Los errores cuadráticos medios porcentuales, asociados con cada conjunto de previsiones son, .005 para R_1 y .004 para R_7, muy similares a los obtenidos con los análisis US, .006 y .003 respectivamente. Este hecho muestra una vez más lo difícil que es superar las previsiones realizadas con modelos US.

6. Conclusiones

La elección del conjunto de información que manejan los agentes, a la hora de formar sus expectativas sobre los tipos futuros, es especialmente importante porque: 1) condiciona la estimación de la prima por plazo y por consiguiente la elección de la hipótesis teórica más apropiada en relación con dicha prima: Expectativas Puras, Preferencia por la Liquidez o Hábitat Preferido, 2) puede sesgar el análisis de los determinantes de la prima por plazo y 3) puede infraestimar la capacidad del modelo de las expectativas en la explicación del comportamiento de los tipos a más largo plazo.

En este trabajo se propone una estrategia para hallar, de forma iterativa, dicho conjunto de información. Esta estrategia, es una alternativa a la opción habitual de realizar un supuesto *a priori* sobre el mismo utilizándola.

Se evalúa la capacidad del modelo de las expectativas a la hora de explicar el comportamiento del tipo de interés interbancario a siete días, se estima su prima por plazo en relación con el tipo a un día y se contrastan las hipótesis habituales sobre dicha prima.

Los resultados más importantes son:

a) Un conjunto de información formado exclusivamente por el presente y pasado de R_{1t}, no parece adecuado para llevar a cabo el cálculo de la prima por plazo implícita en R_{7t} frente a R_{1t}. Con este conjunto de información, el modelo de las expectativas no parece adecuado, ya que dichas expectativas apenas explican el 20 % de la variación de ∇R_{7t}. La prima por plazo, calculada a partir de la previsiones del modelo US para R_{1t}, no es estacionaria y cambia de signo frecuentemente, por tanto, en caso de considerar adecuado el modelo, la hipótesis compatible con dicha prima sería la del Hábitat Preferido.

b) La ampliación del conjunto de información anterior con el pasado de R_{7t}, produce unos resultados totalmente diferentes. Las expectativas sobre R_{1t}, calculadas a partir del correspondiente modelo bivariante, explican más del 90 % de la variación en ∇R_{7t}. La prima por plazo es estacionaria, no está autocorrelacionada y es positiva en toda la muestra (excepto en 24-4-91). Como en el trabajo de Ayuso y de la Torre (1991) se rechaza la hipótesis de las Expectativas Puras y se acepta la hipótesis del Hábitat Preferido, según la definición de Nelson (1979). También podría aceptarse la de Preferencia por la Liquidez en su versión menos restrictiva.

c) Aunque el análisis bivariante proporciona, dentro de la muestra, mejores resultados que los análisis US, este hecho no resulta tan evidente fuera de la muestra. El ejercicio de previsión llevado a cabo en este trabajo, indica que es muy difícil superar las previsiones obtenidas a partir de los modelos US.

El análisis llevado a cabo sufre de una limitación importante, la falta de tratamiento de los valores extremos. Dichos valores elevan el coeficiente de curtosis y provocan una aparente heteroscedasticidad condicional. Aunque la consistencia de las estimaciones no se ve afectada (incluso en el caso de existir problemas reales de heteroscedastividad condicional) y el número de datos es elevado, la presencia de estas anomalías puede arrojar alguna duda sobre la robustez de los resultados. Una investigación en ese sentido constituiría una extensión clara del trabajo.

La incorporación de variables adicionales al conjunto de información robusto, obtenido para el caso del mercado interbancario a uno y siete días, es siempre posible. Un evaluador anónimo nos ha sugerido la incorporación de tipos de interés de otros países, en la línea del trabajo de Beenstock y Longbottom (1981). El desarrollo de esta idea es otra posible extensión de nuestro trabajo.

Referencias

Ayuso, J. y De la Torre, M. (1991): «Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario», *Investigaciones Económicas* 15.

Ayuso, J.; Novales, A. y De la Torre, M. (1990): «¿Incorporan los tipos del interbancario una evaluación del riesgo?», Documento de Trabajo FEDEA, n.º 90.08.

Beenstock, M. y Longbottom, J. A. (1981): «The term structure of interest rates in a small open economy», *Journal of Money, Credit and Banking* 13, pp. 23-25.

Begg, D. (1983): *The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics,* Johns Hopkins V. Press.

Ezquiaga y Freixas, X. (1989): «El mercado repo de letras del tesoro», Documento de Trabajo, FEDEA, n.º 89.09.

Hicks, J. R. (1939): *Value and Capital,* Oxford Clarendon Press, London, 2.ª ed. (1946).

Hillmer y Tiao, G. (1979): «Likelihood function of stationary multiple autoregressive moving average models», *Journal of American Statistical Association* 74, pp. 652-660.

Meiselman, D. (1962): *The Term Structure of Interest Rates,* Prentice Hall, Englewood Cliffs.

Modigliani, F. y Sutch, R. (1966): «Innovations in interest rate policy», *American Economic Review* 56, pp. 178-197.

Modigliani, F. y Sutch, R. (1967): «Debt management and the term structure of interest rates», *Journal of Political Economy* 75, pp. 569-589.

Muth, J. (1961): «Rational expectations and the theory of price movements», *Econometrica* 7, pp. 315-335.

Nelson, C. R. (1979): «The term structure of interest rates: Theories and evidence», *Handbook of Finantial Economics,* Cap. 5. Editado por J. L. Bicksler. Segunda ed. (1981).

Peña, D. (1990): «Cointegración y reducción de la dimensionalidad en series temporales multivariantes», *Cuadernos Económicos del ICE* 44, pp. 109-126.

Shiller, R. J. (1979): «The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure», *Journal of Political Economy* 87, pp. 1190-1219.

Shiller, R. J. (1989): *Market Volatility,* MIT Press.

Shiller, R. J. (1990): «The term structure of interest rates», en *Handbook of Monetary Economics,* cap. 13, B. Friedman y Hahn, F. (ed.).

Tiao, G. C. y Box, G. E. P. (1981): «Modeling multiple time series with applications», *Journal of the American Statistical Association* 76, pp. 802-816.

Abstract

Under Rational Expectations, we propose an iterative methodology to approximate the set of variables used by market participants to compute their expectations. As an example, we obtain an approximation to the information set used by market to forecast the one and seven days interest rates, in the Spanish interbank deposit market. With this information set, we evaluate the expectations model ability to explain the relationships between those rates. The term premium implicit in the seven days rate versus the one day rate is computed. Also the classical hypotheses on the term premium are tested.

Recepción del original, octubre de 1991
Versión final, junio de 1992