

COBERTURAS DE CARTERAS DE BONOS CON FUTUROS FINANCIEROS: EVIDENCIA EN EL CASO ESPAÑOL

Roberto BLANCO*

CNMV

El objetivo de este trabajo es el análisis de coberturas de bonos con futuros financieros. En particular, se contrasta qué metodología de determinación de la posición en futuros que minimiza el riesgo de interés asociado a una cartera de bonos es más efectiva. Y, en segundo lugar, se evalúa cuál es la efectividad de los contratos de futuro sobre el bono notional a tres y cinco años del MEFF RF.

El estudio se divide en dos partes: una teórica y la otra empírica. En la primera parte, se presenta el problema de la cobertura en un marco general, se examinan algunas técnicas de estimación del número de contratos de futuro que minimiza el riesgo de una posición de contado dada, y se define una medida de efectividad.

En la segunda parte se simulan coberturas sobre algunas posiciones usando cinco fórmulas diferentes, y mediante la medida de efectividad propuesta se comparan diferentes técnicas de estimación y se evalúa la efectividad de los contratos de futuro.

1. Introducción

La forma clásica de eliminar el riesgo de tipo de interés asociado a una compra (venta) de una cartera de bonos en un momento futuro es mediante la compra (venta) de esa cartera a plazo. El problema de los contratos de compraventa a plazo es que son instrumentos de reducida liquidez para vencimientos no estándar¹, convirtiéndolos en caros debido a su elevado diferencial de precio compra-venta ('spread'). Y, además, presentan riesgo de contrapartida, que es el riesgo de que la otra parte no cumpla, al vencimiento, lo estipulado en el contrato.

Para evitar los inconvenientes comentados se crearon los futuros financieros. La reducida liquidez se evita a través de la estandarización de estos instru-

* Este artículo constituye una versión revisada y ampliada de la tesina presentada por el autor en el Centro de Estudios Monetarios y Financieros en junio de 1991. Agradezco a Joan Antoni Ketterer y a los técnicos de la División de Análisis Económico de la CNMV sus sugerencias y colaboración. También agradezco a Rafael Alvarez los datos suministrados, y a la CNMV la financiación y el apoyo material. La versión final de este artículo se ha beneficiado de los comentarios de dos evaluadores anónimos, a quienes estoy muy agradecido.

¹ Los vencimientos estándar son las fechas que coinciden con el vencimiento de los contratos del MEFF RF. O sea, el tercer miércoles de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

mentos: sólo se negocian cuatro vencimientos anuales y para unos pocos activos subyacentes. El segundo problema se soluciona por la existencia de una cámara de compensación, que se interpone entre las partes contratantes y garantiza el buen fin de la operación. Además, ésta exige la constitución de depósitos de garantía así como un mecanismo de liquidaciones diarias con el fin de reducir el riesgo de contrapartida que asume.

Sin embargo, la estandarización de los contratos también comporta problemas, ya que si el bono objeto de cobertura no coincide con el subyacente del futuro ya no es obvio qué número de contratos del segundo debe negociarse para cubrir una posición del primero. Además, en general, el riesgo no se elimina totalmente.

Existe una amplia literatura que pretende dar respuesta a estos aspectos. Para determinar el número de contratos que debe negociarse se presentan diferentes metodologías, sin embargo, no existe consenso sobre cuál de ellas proporciona mejores resultados. Por tanto, si bien *a priori* los futuros financieros son instrumentos atractivos para practicar coberturas, para conocer su efectividad es necesario proceder a una simulación empírica.

Los dos objetivos más importantes de este estudio son:

- a) Contrastar empíricamente qué metodología consigue mejores coberturas, en el sentido de reducir más el riesgo.
- b) Evaluar la efectividad de los contratos de futuro sobre el bono notional del MEFF RF, a tres y cinco años, en la reducción del riesgo de interés asociado a carteras de bonos de Deuda Pública Anotada (DPA).

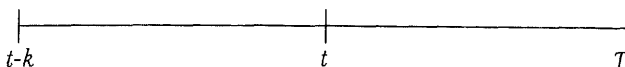
Sobre el primer punto existen muy pocos estudios realizados. En éstos se compara la metodología que propone su autor con una técnica menos sofisticada, o con métodos muy simples. Sin embargo, no existe ningún trabajo de la amplitud de éste. En cambio, sí existen numerosos trabajos que evalúan la efectividad de algunos contratos de futuro. De hecho, existe un debate acerca de cuál es la mejor medida de efectividad.

El artículo está organizado como sigue. En la sección segunda se plantea el problema de la cobertura en un marco general. Más adelante, en el epígrafe tercero, se comenta la metodología utilizada, se repasan las diferentes técnicas de estimación que se han propuesto en la literatura para determinar el número de contratos de futuro que debe negociarse para cubrir una posición de contado, y se introducen algunas modificaciones en las mismas. Estas técnicas son aplicadas en la sección cuarta, y usando una medida de efectividad, que se define en el tercer epígrafe, se comparan las técnicas utilizadas y se evalúa la efectividad de los contratos de futuro del MEFF RF en la reducción del riesgo de interés asociado a carteras de bonos españoles de DPA. Finalmente, en el quinto epígrafe, aparecen las principales conclusiones.

2. Planteamiento del problema de la cobertura

Se puede comprobar que practicar una cobertura constituye un caso particular del problema general de establecer la posición óptima en futuros, una vez fijada la posición de contado.

Supóngase que un inversor experimentará un flujo de caja en un momento futuro t , debido a una compra o venta de un bono. Esta situación se puede representar mediante el siguiente esquema temporal:



donde $t-k$ es el momento actual y T es el vencimiento del contrato de futuro más próximo a t .

El flujo de caja en t : FC_t es una variable aleatoria, y se puede escribir como:

$$FC_t = N^s P_t \quad [1]$$

donde N^s es el nominal del bono, y P_t es el precio del bono en t (expresado porcentualmente). Si N^s es positivo indica que en el período t se produce una venta, mientras que si es negativo significa que se produce una compra.

Los dos momentos de esa variable aleatoria en los que se centrará el análisis son la esperanza y varianza condicionados al conjunto de información en $t-k$ ². El primer momento mide el flujo de caja esperado, mientras que el segundo es una forma de medir el riesgo de la posición.

Si, en $t-k$, se abre una posición por N^f de nominal en el contrato de futuro y se cierra en t , el flujo de caja total que se experimentará en t será³:

$$FC_t^f = N^s P_t + N^f (F_{tT} - F_{t-kT}) = N^s [P_t - h(F_{tT} - F_{t-kT})] \quad [2]$$

donde F_{tT} es la cotización, en t , del futuro que vence en T , F_{t-kT} es la cotización del futuro en $t-k$, y h se define:

$$h = - \frac{N^f}{N^s} \quad [3]$$

Si N^f es positivo indica que se toma una posición compradora en futuros, mientras que si es negativo la posición es vendedora.

² El análisis media-varianza en la selección de una cartera individual, debido a Markovitz, sólo es equivalente al problema de la maximización de la utilidad esperada bajo ciertas funciones de utilidad (como la cuadrática) o bajo ciertas funciones de distribución de los rendimientos (como la normal). Sin embargo, este análisis suele usarse como una aproximación debido a su simplicidad y claridad.

³ No se tiene en cuenta ni los depósitos de garantía, ni las liquidaciones diarias. Estos supuestos son habituales en la literatura de coberturas con futuros y se usarán a lo largo de este estudio.

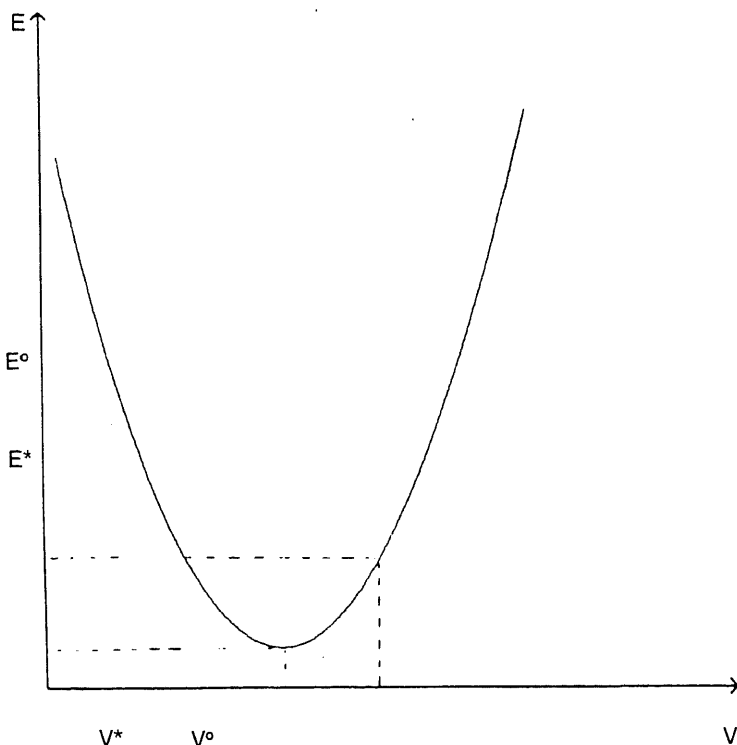


Gráfico 1

En este gráfico se representan todas las combinaciones posibles entre esperanza (E) y varianza (V) de la posición global al tomar distintas posiciones en futuros. El punto (V°, E°) es el asociado con la posición de contado (situación inicial), mientras que el punto (V^*, E^*) es el asociado con el mínimo riesgo posible. El gráfico presenta el caso $N^s > 0$ y $E_{t-k}(F_{tT}) > F_{t-k,T}$.

Al incorporar futuros a la posición de contado se puede modificar tanto la esperanza como la varianza iniciales. En el plano esperanza-varianza la relación entre estos dos momentos en una parábola (ver Gráfico 1). El número óptimo de contratos dependerá de las preferencias entre esperanza y varianza que tenga el inversor y, en particular, del grado de aversión al riesgo de éste. En una situación como la descrita, según la posición que se tome en futuros, se pueden distinguir los siguientes casos:

- a) Que el riesgo de la posición global (contado más futuro) sea superior al inicial, aunque con mayor flujo de caja esperado. En este caso se dice que el inversor está *especulando*.
- b) Que el riesgo de la posición global sea el mínimo posible. En esta situación se dice que el agente está practicando una *cobertura total*.
- c) Que el riesgo de la posición global sea inferior al riesgo de la posición de contado, pero no el mínimo posible. En este caso se dice que se realiza una *cobertura parcial*.

Este trabajo se interesa por el segundo tipo de estrategia, que constituye el centro de atención de la literatura de coberturas con futuros financieros⁴. Al ratio h que consigue el mínimo riesgo posible se le denomina *ratio de cobertura* y viene dado por la siguiente expresión:

$$h_0^c = \frac{cov_{t,k}(P_t, F_{tT})}{V_{t,k}(F_{tT})} \quad [4]$$

donde $cov_{t,k}$ y $V_{t,k}$ son los operadores de covarianza y varianza condicionados al conjunto de información en $t-k$, respectivamente.

Debe señalarse que esta estrategia sólo será óptima si el inversor es infinitamente averso al riesgo o si la cotización del futuro es un estimador insesgado del precio del futuro en el momento que se desea cerrar la posición⁵. Sin embargo, resulta interesante estudiarla ya que ésta siempre será un punto de referencia para cualquier inversor interesado en reducir su riesgo. Además, el cómputo de la efectividad de esta estrategia proporciona el porcentaje máximo de riesgo que se puede reducir utilizando un futuro financiero.

Se puede demostrar que, en general, aunque se practique una cobertura total, el riesgo no se reduce totalmente. Esto sólo se conseguiría si el bono objeto de cobertura fuese el más barato de entrega (MBE) del vencimiento elegido, y el momento para el que se desea estar cubierto coincidiera con el vencimiento del contrato⁶. Si la primera condición no se cumple se dice que existe *riesgo de correlación*, mientras que si no se cumple la segunda se dice que existe *riesgo de base*. En la parte empírica de este trabajo se cuantifican estos riesgos residuales para las coberturas simuladas.

3. Metodología

En este epígrafe se presentan las principales metodologías que se han desarrollado en la literatura para estimar el ratio de cobertura, comentándose sus problemas y proponiéndose las fórmulas que finalmente se utilizan en la

⁴ El enfoque presentado en este epígrafe difiere del planteamiento clásico, pues aquí se analizan las coberturas en términos de flujos de caja, mientras que normalmente este análisis se realiza a partir de pérdidas y ganancias o rendimientos. Sin embargo, desde un punto de vista teórico, el ratio de cobertura es idéntico en ambos planteamientos. El enfoque que aquí se presenta tiene la ventaja de incluir la posibilidad de practicar coberturas de posiciones anticipadas; es decir, cuando se desea abrir una posición en un período futuro. Además, se hace explícito que, para reducir el riesgo, lo relevante es el valor futuro de la cartera y no el presente, pues este último es un valor conocido y, por tanto, no incorpora riesgo.

⁵ Esto puede demostrarse a partir del Gráfico 1. En el primer caso las curvas de nivel asociadas a la función de utilidad son paralelas al eje de ordenadas. Y en el segundo caso la relación esperanza-varianza es una línea recta paralela al eje de abscisas.

⁶ Esto es así, ya que, en este caso $F_{tT} = \frac{P_t - CC_t^*}{f}$ por arbitraje. Eligiendo $h = f^*$ se tiene que $FC_t^f = N^*(CC_t^* + f^* F_{t,tT})$ siendo la varianza condicionada nula, con lo que el riesgo se elimina.

parte empírica. Además, se define la medida de efectividad que se usa para comparar entre distintas técnicas.

3.1. Estimación del ratio de cobertura.

Si bien desde un punto de vista teórico se define de forma única el ratio de cobertura, se presenta el problema de cómo estimarlo empíricamente. En la literatura sobre coberturas de bonos con futuros financieros se presentan dos metodologías de estimación que se denominarán método estadístico y método actuarial. Además, en algunos libros de texto sobre futuros financieros se sugiere un tercer método, basado en supuestos muy simplificadores, denominado método del factor de conversión.

a) MÉTODO ESTADÍSTICO

Esta es la metodología más antigua que aparece en la literatura, y utiliza como estimador del ratio de cobertura el coeficiente de una regresión lineal por mínimos cuadros ordinarios (MCO), donde la variable exógena es la cotización del futuro y la variable endógena es el precio del bono objeto de cobertura⁷.

Sin embargo, no existe consenso acerca de qué forma deben tomar las variables regresadas. En los análisis más clásicos (Houthakker (1959)) se utilizan las variables en niveles, pero a partir de Ederington (1979) se suele usar la primera diferencia. Aunque, más recientemente, otros autores como S. L. Brown (1985) regresan las tasas de variación⁸.

La metodología descrita anteriormente tiene dos problemas. El primero es que, como la estimación se realiza a partir de series históricas, se supone implícitamente que la relación estadística entre ambas variables debe ser estable. Pero este supuesto parece poco adecuado para la cotización del futuro, ya que en la valoración de éste se refleja el coste de replicar ese instrumento a través del activo subyacente. En particular, el precio del futuro dependerá de cuál sea el bono MBE y del tiempo que falte hasta el vencimiento del contrato. Sería menos restrictivo suponer estabilidad si se mantuviera fijo el bono MBE y el tiempo hasta el vencimiento.

El segundo problema consiste en que, mediante la estimación del coeficiente de regresión, lo que realmente se estima es un cociente entre una covarianza y una varianza incondicionadas, mientras que, según se vio en el epígrafe segundo, lo que debe estimarse son esos momentos condicionados a la información existente en el momento de realizar las coberturas.

⁷ Este método se justifica porque el coeficiente de una regresión lineal por MCO entre dos variables es el cociente entre la covarianza muestral de éstas y la varianza muestral de la variable exógena.

⁸ La determinación de qué forma deberían tomar las variables que se regresan (niveles, variaciones o tasas de variación) causó cierta controversia en la literatura (Brown (1985); Hill y Schneweis (1981); Myers y Thompson (1989)).

Una forma de solucionar el primer problema sería seleccionando los datos de la muestra que cumplen las dos condiciones citadas (mantener fijo el bono MBE y el tiempo hasta el vencimiento). Pero de esta manera sólo se podrían usar las cotizaciones del futuro cuyo vencimiento residual y bono MBE coincide con la situación que se desea cubrir, lo cual dificultaría la estimación por falta de datos. Una alternativa mejor sería sustituir el valor del futuro por su precio teórico, que viene dado por la siguiente expresión:

$$F_{iT} = \frac{P_t^*(1+r_{iT}) - CF_T - CC_T^*}{f^*} \quad [5]$$

donde P_t^* es el precio del bono MBE en t , CF_T es el valor capitalizado en T de los cupones que paga ese bono entre t y T , CC_T^* es el cupón corrido de ese bono en T , f^* su factor de conversión, y r_{iT} es el tipo de financiarse entre t y T .

Sustituyendo [5] en [4], se obtiene:

$$h_1^* = f^* \frac{cov_{t,k} [P_t^*(1+r_{iT}), P_t]}{V_{t,k} [P_t^*(1+r_{iT})]} \quad [6]$$

Para solucionar el segundo problema existen diferentes propuestas. Bell y Krasker (1986) proponen estimar los momentos condicionados a partir de estimación no paramétrica. En cambio, Myers y Thompson (1989) muestran que, bajo ciertas condiciones, los momentos condicionados se pueden estimar a partir de una regresión lineal donde, además del precio del futuro, se incluyen como regresores un vector de variables que aparecen en las ecuaciones de la forma reducida de un modelo de determinación del precio del bono y del futuro.

Por otra parte, Mc Cabe y Solberg (1989) estiman el ratio de cobertura usando las variaciones inesperadas de las variables. Es decir, estiman el ratio:

$$h_2^* = \frac{cov [P_t - E_{t-k}(P_t), F_{iT} - E_{t-k}(F_{iT})]}{V [F_{iT} - E_{t-k}(F_{iT})]} \quad [7]$$

donde E_{t-k} es el operador de esperanza condicionada en $t-k$. O sea, que $E_{t-k}(P_t)$ es la expectativa, que hay en $t-k$ del precio de ese bono en t . Los momentos incondicionados los estiman usando los momentos muestrales respectivos.

Se puede demostrar que h_2^* es igual a h_1^* siempre que el ratio de cobertura no dependa de los valores que toma el conjunto de información⁹. Además, es un enfoque más general que el propuesto por Myers y Thompson (1989). De ahí que se incorpore esta propuesta en las fórmulas que finalmente se estiman en este trabajo. Una ventaja de esta técnica es que hace explícito que, para las coberturas, las variaciones relevantes son las inesperadas. Esto es debido a

⁹ Ver demostración en el Apéndice II.

que lo que produce riesgo no es la variación total del precio, sino sólo la parte inesperada de la misma.

Incorporando al análisis clásico las dos modificaciones que se han comentado, se obtiene el siguiente ratio de cobertura:

$$h_3^e = f^* \frac{\text{cov}[P_t - E_{t-k}(P_t), P_t^*(1 + r_{IT}) - E_{t-k}(P_t^*(1 + r_{IT}))]}{V[P_t^*(1 + r_{IT}) - E_{t-k}(P_t^*(1 + r_{IT}))]} \quad [8]$$

Suponiendo, como es habitual en la literatura, que el tipo de interés a corto plazo es constante se llega a:

$$h_4^e = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{\text{cov}[(P_t - E_{t-k}(P_t)), P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)]}{V[P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)]} \quad [9]$$

donde r_{IT}^{t-k} es el tipo de financiarse entre t y T , evaluado al tipo de interés a corto plazo en $t-k$. Esta es la primera fórmula que se estima en la parte empírica.

En la fórmula [9] las relaciones estadísticas que se proponen estimar hacen referencia a variaciones inesperadas en términos absolutos. Sin embargo, reescribiendo la fórmula [6] es posible expresar esas variaciones en términos relativos:

$$h_5^e = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{E_{t-k}(P_t)}{E_{t-k}(P_t^*)} \frac{\text{cov}_{t-k} \left[\frac{P_t - E_{t-k}(P_t)}{E_{t-k}(P_t)}, \frac{P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)}{E_{t-k}(P_t^*)} \right]}{V_{t-k} \left[\frac{P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)}{E_{t-k}(P_t^*)} \right]} \quad [10]$$

donde, de nuevo, se ha supuesto que el tipo de interés a corto plazo es constante. Para la estimación de los momentos condicionados de esta fórmula se usará, nuevamente, el método de Mc Cabe y Solberg (1989).

Esta nueva fórmula se introdujo con el fin de comprobar si la estimación de los momentos a partir de las variaciones en términos relativos mejoraba la efectividad de las coberturas, ya que esta cuestión ha sido muy discutida en la literatura. Cabría esperar que la fórmula h_5^e proporcionara mejores coberturas que h_4^e siempre que las distribuciones estables fueran las referidas a las variaciones inesperadas en términos relativos.

A pesar de las modificaciones introducidas en el método estadístico, éste sigue presentando algunos inconvenientes. En primer lugar, la bondad de este procedimiento, como la de cualquier estimación estadística, depende de que las relaciones observadas en el pasado se mantengan en el futuro. Este punto tiene que ver con la estabilidad de las variables, pues puede suceder que las distribuciones de los momentos asociados a ambas formas en que se estiman las variables en este estudio (variaciones inesperadas en términos absolutos y relativos) no sean estables.

Por otra parte, la estimación estadística presenta el problema de que se necesitan series históricas de datos, lo cual puede ser costoso en algunos casos, o imposible si el bono objeto de cobertura no se ha emitido. Precisamente, la metodología que se examina a continuación pretende solucionar este inconveniente.

b) MÉTODO ACTUARIAL

Este método fue propuesto por Gay, Kolb y Chiang (1983) y consiste en elegir aquel número de contratos de futuro tal que las variaciones en valor de la posición de contado se vean compensadas con las variaciones asociadas a la posición en futuros. Aunque por variaciones la mayoría de autores entiende la diferencia entre el momento final y el instante en que se realiza la cobertura¹⁰, otros autores como Siegel y Siegel (1990), aunque no hacen explícito a qué variaciones se refieren, cuando computan la fórmula que se deriva en el método actuarial usan las TIR esperadas, lo cual significa que lo que se cubre son las variaciones inesperadas, según se verá más adelante. Sólo P. Artus (1987) alude explícitamente a variaciones inesperadas.

Para ser coherentes con el análisis realizado anteriormente aquí se utilizará esta última propuesta. El flujo de caja FC_t^f se puede separar en dos componentes:

$$FC_t^f = E_{t-k}(FC_t^f) + v_t \quad [11]$$

donde el primer componente es el flujo de caja esperado, y el segundo es la variación inesperada de ese flujo, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$v_t = N^s [P_t - E_{t-k}(P_t) - h(F_{tT} - E_{t-k}(F_{tT}))] \quad [12]$$

El riesgo de la posición viene dado por la variabilidad de v_t . Para eliminar ese riesgo bastaría elegir h de tal manera que acercara v_t a 0. Es decir, se trata de que el flujo de caja esperado no se modifique ante variaciones en la TIR. Igualando [12] a cero y despejando h , se obtiene:

$$h_0^a = \frac{P_t - E_{t-k}(P_t)}{F_{tT} - E_{t-k}(F_{tT})} \quad [13]$$

Sustituyendo el precio del futuro por su valor teórico¹¹, suponiendo que el tipo de interés a corto plazo es constante, y aplicando el concepto de duración¹², se obtiene, de forma aproximada, la siguiente expresión:

$$h_1^a = \frac{f^*}{1 + r_{tT}^{t-k}} \frac{E_{t-k}(P_t) D_t^c(R_t^k)(R_t - R_t^k)}{E_{t-k}(P_t^*) D_t^{c*}(R_t^{*k})(R_t^* - R_t^{*k})} \quad [14]$$

¹⁰ Así lo entiende Gay, Kolb y Chiang (1983) y Bierwag (1987).

¹¹ Esta sustitución se realiza para poder aplicar a esta expresión el concepto de duración de un activo de renta fija.

¹² Ver Apéndice I para la definición y aplicación del concepto de duración.

donde $D_t^i(R_t^k)$ es la duración corregida del bono objeto de cobertura, calculada en t , y evaluada a la TIR esperada en $t-k$: R_t^k ; $D_t^{i*}(R_t^{*k})$ es la duración corregida del bono MBE y evaluada a la TIR esperada de ese bono: R_t^{*k} . R_t y R_t^* son la TIR del bono objeto de cobertura y del bono MBE, en t , respectivamente.

El cómputo la expresión anterior tiene dos problemas:

1. Aparecen dos variables no observadas: R_t y R_t^* .
2. Se deben estimar precios esperados.

El primer problema se puede solucionar estimando la relación entre la variación inesperada de la TIR del bono objeto de cobertura y la variación inesperada de la TIR del bono MBE. Esto se puede hacer a partir del coeficiente de regresión β del modelo:

$$(R_t - R_t^k) = \alpha + \beta(R_t^* - R_t^{*k}) + \omega_t \tag{15}$$

Alternativamente, se puede suponer que ese coeficiente es igual a la unidad¹³. Nótese que si la curva de tipos de interés fuese plana este supuesto se cumpliría necesariamente.

En la parte empírica de este trabajo se usan ambas versiones del método actuarial. En la primera se procede a una estimación del coeficiente beta, mientras que en la segunda se impone el supuesto de que es igual a la unidad. En cuanto al segundo problema, se abordará más adelante.

c) MÉTODO DEL FACTOR DE CONVERSIÓN

Este método consiste en suponer que el cociente entre la covarianza y varianza, en la fórmula [9], es igual a la unidad. Esto equivale a suponer que las variaciones inesperadas de los precios son iguales para todos los bonos, lo cual parece bastante restrictivo. De hecho, desde un punto de vista teórico, esta metodología sólo será correcta en el caso de cubrirse el bono MBE.

Según lo expuesto, la fórmula que se deriva de este método es la siguiente:

$$h^c = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \tag{16}$$

Así, las fórmulas que se utilizan en este estudio para simular coberturas son:

$$H1 = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{cov[P_t - E_{t-k}(P_t), P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)]}{\hat{V}[P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)]}$$

$$H2 = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{E_{t-k}(P_t)}{E_{t-k}(P_t^*)} \frac{cov\left[\frac{P_t - E_{t-k}(P_t)}{E_{t-k}(P_t)}, \frac{P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)}{E_{t-k}(P_t^*)}\right]}{\hat{V}\left[\frac{P_t^* - E_{t-k}(P_t^*)}{E_{t-k}(P_t^*)}\right]}$$

¹³ Este es el supuesto que suele hacerse habitualmente.

$$H3 = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{E_{t-k}(P_t) D_t^c(R_t^k) \hat{\beta}}{E_{t-k}(P_t^*) D_t^{c^*}(R_t^{*k})}$$

$$H4 = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}} \frac{E_{t-k}(P_t) D_t^c(R_t^k)}{E_{t-k}(P_t^*) D_t^{c^*}(R_t^{*k})}$$

$$H5 = \frac{f^*}{1 + r_{IT}^{t-k}}$$

donde el sombrero ($\hat{\cdot}$) indica que se trata de momentos muestrales. Nótese que cuando el bono objeto de cobertura es el MBE todas las fórmulas proporcionan el mismo resultado.

Las fórmulas $H1$ y $H2$ corresponden a las dos versiones del método estadístico. En la primera se regresan las variaciones inesperadas en valores absolutos, mientras que en la segunda se hace en términos relativos. Las fórmulas $H3$ y $H4$ hacen referencia a las dos versiones del método actuarial, la primera es una versión sofisticada, pues se procede a estimar la relación estadística entre las variaciones de las TIR, mientras que la segunda supone que esa relación es igual a la unidad. Por último, $H5$ es la fórmula que se deriva del método del factor de conversión.

Las fórmulas más fáciles de calcular son las dos últimas, pues no requieren estimar relaciones estadísticas, pero se está imponiendo un supuesto sin ser contrastado. El interés de calcular estas fórmulas es compararlas con las otras versiones más sofisticadas para comprobar hasta qué punto merece la pena estimar relaciones estadísticas. Esta información es especialmente útil cuando se desee practicar una cobertura y no se disponga de suficiente número de datos para proceder a una estimación estadística. En la situación descrita conviene saber qué fórmula aplicar y qué efectividad tiene.

3.2. Medida de efectividad

Con el fin de comparar entre las diferentes técnicas de estimación y de evaluar la efectividad de los contratos de futuro se necesita disponer de una medida de efectividad. La medida de efectividad propuesta dependerá del objetivo perseguido con la cobertura. Según se vio anteriormente, la mayoría de autores entienden por cobertura la minimización del riesgo. En este caso la medida de efectividad debería reflejar la reducción proporcional del riesgo que se consigue al practicar la cobertura.

La medida más clásica de efectividad, y la más extendida, fue propuesta por Ederington (1979) y es el estadístico R^2 asociado a la regresión que se utiliza para estimar el ratio de cobertura. Esta medida se justifica porque el estadístico R^2 de la regresión lineal

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad [17]$$

es, por definición:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [Y_t - \hat{\beta}X_t - (\bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X})]^2}{\sum_{t=1}^N [Y_t - \bar{Y}]^2} \quad [18]$$

donde las variables Y , X son el precio del bono objeto de cobertura y la cotización del futuro (expresados en niveles, diferencias o tasas de variación), respectivamente, y $\hat{\beta}$ es un estimador del ratio de cobertura.

Dividiendo numerador y denominador de [18] por el número de observaciones se comprueba que R^2 mide la reducción proporcional de la varianza cuando se toma la posición en futuros que minimiza el riesgo.

Se puede mostrar que esta medida de efectividad presenta numerosos inconvenientes. Por una parte, conserva los problemas derivados del método estadístico clásico, ya que se estiman momentos incondicionados, y para medir el riesgo lo relevante son las varianzas condicionadas. Este problema puede solucionarse, según se vio, utilizando las variaciones inesperadas de las variables. Otro inconveniente asociado a esta medida es que utiliza la misma muestra para estimar el ratio de cobertura que para evaluar su efectividad, con el resultado de sobrevalorar esta última.

Para evitar los inconvenientes comentados, Mc Cabe y Solberg (1989) propusieron una medida de efectividad para coberturas de tipos de interés a corto plazo, usando como variables los tipos de interés. Este estadístico, aplicado al caso de coberturas de bonos y con la modelización que se usa en el presente trabajo, sería:

$$EC = 1 - \frac{\hat{V}[FC_t^f - E_{t,k}(FC_t^f)]}{\hat{V}[FC_t - E_{t,k}(FC_t)]} \quad [19]$$

donde el numerador es la varianza muestral de la variación inesperada del flujo de caja, una vez que se ha tomado la posición en futuros, y el denominador es la varianza muestral de la variación inesperada del flujo de caja asociado a la posición de contado.

Para aplicar esta medida separan la muestra en dos partes, con la primera estiman el ratio de cobertura y con la segunda evalúan su efectividad, desapareciendo el problema de sobrevaloración.

Sin embargo, la anterior medida supone que tanto el ratio de cobertura como las varianzas que estima son constantes a lo largo del tiempo. Este supuesto parece poco realista si se tiene en cuenta el fenómeno observado de que la volatilidad de los precios de los activos financieros es muy variable en el tiempo. Además, este estadístico sólo se puede utilizar cuando se desea cono-

cer la efectividad de practicar una cobertura concreta. Es decir, cuando todas las características de la cobertura, excepto el vencimiento del contrato de futuro, son iguales: bono objeto de cobertura, tiempo que dura, número de días que se cierra la posición antes del vencimiento. Pero este no es el caso de este estudio.

Para responder a la pregunta de si un método reduce el riesgo más que otro significativamente, podría construirse un test de comparación de varianzas. Sin embargo, las varianzas no pueden ser estimadas pues las coberturas simuladas poseen diferentes características, obteniéndose solamente una observación por variable aleatoria. De ahí que sea necesario utilizar una medida de riesgo diferente de la varianza a la hora de evaluar la efectividad de las coberturas simuladas. Peck (1975) propuso como medida de riesgo el cuadrado de la diferencia entre el precio observado y el precio esperado. Miller y Kahl (1989) utilizaron ese enfoque para comparar entre diversos métodos de practicar coberturas con futuros sobre bienes de consumo. Aplicando esta propuesta se puede construir la siguiente medida de efectividad:

$$ME = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^N [FC_i^f - E_{t,k}(FC_i^f)]^2}{\sum_{i=1}^N [FC_i - E_{t,k}(FC_i)]^2} \right) 100 \quad [20]$$

donde el subíndice i indica las diferentes simulaciones realizadas. Este estadístico mide la reducción del riesgo (en %) que se consigue al practicar N coberturas a N posiciones de contado.

Esta medida se ha calculado para cada una de las fórmulas propuestas. Una fórmula proporcionará mejores coberturas cuanto más próximos a cero estén los términos del numerador y, por tanto, cuanto mayor sea la medida de efectividad propuesta.

Desgraciadamente no se puede aplicar ningún test a esta medida, por las dificultades comentadas, así que no será posible conocer si las diferencias entre dos metodologías son estadísticamente significativas.

4. Análisis empírico

4.1. Modelización de las expectativas

Tanto para la estimación de las fórmulas de ratios de cobertura, como para la medida de efectividad propuesta, se necesitan conocer las esperanzas condicionadas a la información existente con k periodos de anterioridad de la cotización del futuro y del precio de los bonos.

La esperanza condicionada del futuro se ha obtenido teniendo en cuenta el precio teórico de éste ¹⁴. Tomando esperanzas a esa variable, se llega a:

$$E_{t-k}(F_{tT}) = \frac{E_{t-k}[P_t^*(1+r_{tT})] - E_{t-k}(CF_T) - CC_T^*}{f^*} \quad [21]$$

Además, sabiendo que:

$$E_{t-k}[P_t^*(1+r_{tT})] = E_{t-k}(P_t^*) (1 + E_{t-k}(r_{tT})) + cov_{t-k}(P_t^*, r_{tT}), \quad [22]$$

que CF_T es cero ¹⁵, suponiendo que el tipo de interés a corto plazo es constante, y sustituyendo [22] en [21], se llega a:

$$E_{t-k}(F_{tT}) = \frac{(1 + \bar{r}_{tT}^k) E_{t-k}(P_t^*) - CC_T^*}{f^*} \quad [23]$$

En cuanto a los precios de los bonos, se han considerado dos mecanismos distintos de formación de expectativas. El primer mecanismo consiste en suponer que la expectativa en $t-k$ para el período t es el precio asociado a la TIR observada en $t-k$ de ese bono. Este mecanismo de expectativas equivale a suponer que el proceso que sigue la TIR de cada bono es un paseo aleatorio.

La segunda modelización supone que el precio esperado de un bono en $t-k$ para el período t es igual a la cotización a plazo en $t-k$ de ese bono y cuya entrega es en t . Es decir, este mecanismo supone que la expectativa, en vez de formarse a partir de una predicción univariante, viene recogida en la cotización del mercado a plazo.

La obtención de series diarias de precios a plazo cuya entrega se realiza k períodos más tarde es muy dificultosa, sobre todo porque es un mercado poco líquido para vencimientos no estándar. Por este motivo se generaron estas cotizaciones a partir de su valor teórico, que viene dado por:

$$P_{t-kt}^f = P_{t-k} (1 + r_{t-kt}) - CF_t \quad [24]$$

¹⁴ Esta sustitución se realiza porque se supone que los agentes forman sus expectativas sobre los precios de los contratos de futuro a partir de las expectativas existentes para los precios de sus respectivos activos subyacentes. Esta hipótesis de formación de expectativas se basa en el supuesto implícito de que los agentes conocen las relaciones de arbitraje entre el precio de los futuros y el de sus respectivos activos subyacentes. O sea que se toma como precio esperado del futuro el precio teórico esperado.

Nótese que el precio teórico de un futuro se basa en unos supuestos simplificadores como ausencia de costes de transacción y no consideración de liquidaciones diarias. El incumplimiento de los anteriores supuestos podría introducir un sesgo en las expectativas que debería de tenerse en cuenta a la hora de analizar los resultados obtenidos. No obstante, después de un análisis de los precios teóricos y de las expectativas del precio de los futuros no se detectó la presencia de ningún sesgo sistemático.

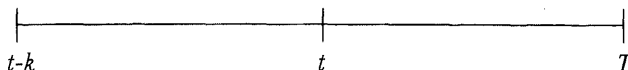
¹⁵ Esto es debido a que durante el período analizado no hubo ningún pago de cupón del bono MBE.

donde $P_{t-k,t}^f$ es el precio a plazo en $t-k$ del bono que se entrega en t , $r_{t-k,t}$ es el coste de financiación entre $t-k$ y t , y CF_t es el valor, capitalizado en t , de los cupones intermedios entre esas dos fechas.

Se han usado dos mecanismos de formación de expectativas porque no está claro cuál es la mejor manera de modelizarlas, pues no tenemos un modelo de equilibrio subyacente que permita calcular el equilibrio de expectativas racionales. En particular, es interesante comprobar si los resultados y conclusiones de este estudio dependen del supuesto que se haga en torno a la formación de expectativas. Si éstos dependen del supuesto utilizado significará que debe prestarse mayor atención al problema de las expectativas a la hora de estimar el ratio de cobertura. Pero, en caso contrario, significará que los resultados son robustos.

4.2. Coberturas simuladas

Las diferentes posiciones sobre las que se han simulado coberturas varían según el bono que se cubra, el tiempo que dure la cobertura (k), el número de días que se cierre la cobertura antes del vencimiento del contrato de futuro ($T-t$), y el vencimiento del contrato elegido (T).



El período $t-k$ es el instante en que se toma la posición en futuros con el fin de cubrir la posición de contado. En el período t se cierra la posición, pues es cuando se produce el flujo de caja que se quería cubrir. Y T es el período en que vence el contrato de futuro elegido.

Para el futuro a tres años se han simulado coberturas usando los vencimientos de septiembre y diciembre de 1990, y de marzo, junio y septiembre de 1991¹⁶. Para el futuro a cinco años se han considerado los vencimientos: junio y septiembre de 1991.

Para cada vencimiento elegido se han seleccionado aquellas referencias de bonos de DPA que fueron más líquidas en los tres meses anteriores a ese vencimiento. La liquidez se ha medido teniendo en cuenta tanto la frecuencia de cotización como el importe negociado en el mercado de contado. Para las referencias de bonos a tres años sólo se han simulado coberturas con el contrato de futuros de igual plazo, mientras que, a partir de la creación del futuro a cinco años, para los bonos con ese vencimiento se han usado ambos contratos.

En cuanto al tiempo de duración de las coberturas, se han considerado tres duraciones diferentes: 14, 28 y 56 días. Además, se pueden distinguir tres casos según si las coberturas se cierran 0, 14 ó 28 días antes del vencimiento del contrato de futuro.

¹⁶ El vencimiento de junio de 1990 no pudo ser utilizado por el reducido número de datos que se disponía del bono MBE.

Así, las distintas posiciones sobre las que se simulan coberturas se obtienen combinando todos los casos anteriores. De esta manera se consigue un total de 172 simulaciones utilizando el futuro a tres años, de las cuales 138 corresponden a coberturas de bonos individuales y 34 a carteras representativas, donde la proporción de cada bono corresponde al saldo existente en el momento de practicar la cobertura. Por lo que respecta al futuro a cinco años, se han realizado 36 simulaciones, correspondiendo 21 a bonos y 15 a carteras formadas con el mismo criterio que el caso anterior.

Por otra parte, debe señalarse que en el cálculo de los momentos muestrales se han tomado todos los datos disponibles anteriores a la fecha en que se practica la cobertura.

4.3. Datos

Los datos usados son diarios y comprenden el período que va desde enero de 1990 hasta septiembre de 1991. En total son 22 series que corresponden a:

- Los precios de siete referencias de bonos y sus respectivas TIR (véase Cuadro 1).
- El tipo «repo» a un mes de las Letras del Tesoro, que se ha seleccionado como el tipo de interés a corto plazo¹⁷.
- La cotización del contrato sobre el bono notional a tres años, de los vencimientos de septiembre y diciembre de 1990, y marzo, junio y septiembre de 1991.
- La cotización del contrato sobre el bono notional a cinco años, de los vencimientos de junio y septiembre de 1991.

CUADRO 1
Referencias de bonos objeto de cobertura

Código	Cupón	N.º cupones/ año	Emisión	Vencimiento
1120-7 B	12.50	2	1989	25.10.92
1123-1 B	13.75	1	1990	25.05.93
1127-2 B	13.80	1	1990	25.09.93
1129-8 B	13.65	1	1991	15.03.94
1130-6 B	13.45	1	1991	15.04.96
1131-4 B	12.00	1	1991	15.07.94
1132-2 B	11.90	1	1991	15.07.96

La fuente de los dos primeros conjuntos de datos es la Central de Anotaciones del Banco de España, mientras que la fuente del último grupo es MEFF RF.

¹⁷ Para evaluar el coste de financiación sólo se ha tenido en cuenta este tipo de interés, en lugar de seleccionar el tipo correspondiente al plazo relevante. Lo anterior, que constituye una aproximación, se ha realizado por ser ese plazo el más líquido de entre los plazos considerados en el análisis: 14, 28 y 56 días.

El primer problema que se presenta es que los datos referidos a los bonos que publica la Central de Anotaciones son precios o tipos medios del día, mientras que los datos referidos a los futuros que publica MEFF RF son precios de cierre. Esto podría implicar cometer errores de medida. Para evitar este problema se aproximó el precio medio de los futuros como la media entre el precio máximo y el precio mínimo diario, que también calcula MEFF RF. El inconveniente de esta medida es que el valor obtenido no es un precio medio ponderado. A pesar de este inconveniente, finalmente se optó por esta medida al comprobarse que, en general, se acercaba más al valor teórico calculado a partir de los precios medios de los bonos. Para averiguar el efecto que una u otra serie tenían sobre las medidas de efectividad, éstas se calcularon para ambos casos, encontrándose que no existían diferencias cualitativas en los resultados, es decir, que respetaban la ordenación según la fórmula utilizada (si una fórmula era más efectiva con una serie también lo era con la otra). Sin embargo, las medidas de efectividad eran mayores en todos los casos cuando se usaba el precio medio del futuro.

En cuanto a los precios de los bonos, ha sido preciso efectuar alguna depuración de los datos ofrecidos por la Central de Anotaciones. Los datos requeridos son los precios efectivos, es decir, incluyendo el cupón corrido y, aunque la Central de Anotaciones proporciona el precio efectivo medio negociado en el contado, estos datos presentan el problema de que registran todas las operaciones que se liquidan entre uno y cinco días. De esta manera, el efectivo medio así calculado presenta sesgo por el efecto del cupón corrido¹⁸. Por este motivo, la serie de precios se ha generado sumando el cupón corrido a la serie de precios ex-cupón¹⁹.

Existe un problema adicional para las emisiones de bonos más recientes, pues el Tesoro las emite en varios tramos, de forma que para los primeros tramos el bono no devenga cupón hasta pasado cierto tiempo. En este caso, la serie de precios ex-cupón presenta el problema comentado en el párrafo anterior, pues coincide con la serie del precio efectivo medio. La solución que se ha adoptado es calcular el precio a partir de la TIR media negociada²⁰.

¹⁸ El sesgo será generalmente positivo ya que la serie cupón corrido es creciente. Pero los cinco días anteriores al cobro del cupón el sesgo puede ser negativo, porque en el momento de cobrarse el cupón esa serie sufre un efecto escalón negativo por valor igual al importe de éste.

¹⁹ Debe señalarse que la serie de precios ex-cupón también corresponde al precio medio ponderado de todas las operaciones con fecha valor entre 0 y 5 días hábiles posteriores a la fecha de contratación. Por tanto, dicha serie también presenta cierto sesgo. Sin embargo, éste será mucho menor que el sesgo de la serie precio efectivo medio, ya que la tendencia que presentan los precios ex-cupón es muy pequeña comparada con la que presentan los precios efectivos.

²⁰ En el cálculo de la TIR media sí se tiene en cuenta la fecha de entrega del bono, por lo que cabe esperar que la serie de precios obtenida a partir de esas tasas no presente sesgo debido al cupón corrido. En cualquier caso, para comprobar que los resultados de este estudio no dependían de la depuración de datos efectuada, el análisis se realizó inicialmente con los datos originales que ofrece la Central de Anotaciones, siendo los resultados muy parecidos.

A partir de las series anteriores se han generado 105 series adicionales, que corresponden a:

- Las esperanzas de los precios de los bonos y de la cotización de los contratos de futuro, condicionadas a la información existente 14, 28 y 56 días antes. Estas esperanzas se han calculado para los dos modelos de expectativas.
- Las TIR asociadas a los precios esperados de los bonos.

4.4. Resultados

En los Cuadros 2 a 7 aparece el valor de la medida de efectividad para distintas coberturas simuladas y para cada modelo de expectativas. En los Cuadros 2 y 5 se presenta la medida de efectividad de una cartera representativa y, además, es posible obtener los riesgos residuales de las posiciones cubiertas. En los Cuadros 3 y 6 se compara la efectividad según el tiempo que se mantenga la cobertura. Y, por último, en los Cuadros 4 y 7 se compara la efectividad de cubrir posiciones de una cartera formada por bonos a cinco años según se utilice el futuro a tres o a cinco años. Los principales resultados contenidos en estos cuadros son los siguientes:

CUADROS 2-4 Mecanismo de expectativas basado en la TIR estática

CUADRO 2
Efectividad de las coberturas simuladas usando el futuro a tres años

Posición cubierta	H1	H2	H3	H4	H5
Cartera representativa	90.61	90.88	91.43	91.87	82.38
Bono MBE	98.27	98.27	98.27	98.27	98.27
Riesgo de correlación	76.08	76.30	77.65	78.42	56.34
Sin riesgo de base	93.84	94.25	94.90	94.84	85.56
Riesgo de base	84.16	84.17	84.51	85.95	76.05

Nota: Este cuadro ofrece la medida de efectividad según la posición cubierta: cartera representativa, el bono MBE de cada vencimiento, carteras formadas por bonos que no incluyen el MBE (riesgo de correlación), coberturas de carteras que no presentan riesgo de base y coberturas en las que sí existe ese riesgo.

CUADRO 3
Efectividad según la duración de la cobertura, usando el futuro a tres años

Duración	H1	H2	H3	H4	H5
14 días	84.03	84.47	84.74	84.58	70.32
28 días	88.32	88.46	89.02	90.21	80.13
56 días	94.01	94.13	94.52	95.72	86.23

Nota: Este cuadro proporciona la medida de efectividad para las coberturas simuladas, distinguiendo el tiempo de duración de las mismas. Sólo se ha calculado para aquellas coberturas que no presentaban riesgo de base para que fueran comparables, ya que ninguna de las coberturas simuladas que se mantienen 56 días presentan ese riesgo.

CUADRO 4

Comparación de la efectividad de cubrir bonos a cinco años usando ambos futuros

Futuro	H1	H2	H3	H4	H5
3 años	91.38	91.27	90.02	74.87	89.68
5 años	97.05	97.98	96.89	96.44	96.60

Nota: Este cuadro presenta la medida de efectividad de cubrir bonos a cinco años, según se elija el futuro a tres años o el futuro a cinco años.

Nota a los Cuadros 2, 3 y 4: Las columnas hacen referencia al método utilizado: *H1* y *H2* son las dos fórmulas del método estadístico, *H3* es la fórmula de la versión sofisticada del método actuarial, *H4* la versión simplificada del método anterior, y *H5* es la fórmula correspondiente al método del factor de conversión. Las cifras están en %.

- Los resultados cualitativos no dependen de qué modelo de expectativas se utilice, aunque las medidas de efectividad obtenidas con el modelo basado en la TIR estática son mayores.
- Los contratos sobre el bono notional a tres y cinco años del MEFF RF contribuyen a una reducción muy elevada del riesgo de una cartera representativa, según se observa en la primera fila de los Cuadros 2 y 5.
- El método del factor de conversión es claramente menos efectivo que el resto, sobre todo cuando se desea cubrir una cartera que no incluye el bono MBE, que es el caso que muestra la tercera fila (riesgo de correlación) en los Cuadros 2 y 5.
- El método cuyas medidas de efectividad son mayores es el actuarial. Pero, aunque estos estadísticos sean numéricamente superiores a los asociados al método estadístico, la diferencia es pequeña y no se puede saber si es estadísticamente significativa.
- Las dos fórmulas del análisis estadístico proporcionan medidas de efectividad parecidas y no parecen ser significativamente diferentes. Esto indicaría que, para la estimación del ratio de cobertura, es prácticamente equivalente regresar las variaciones en términos absolutos o hacerlo en términos relativos.
- En general, no existen diferencias importantes entre las dos versiones del método actuarial. Pero, en el caso que se quiera cubrir un bono de cinco años con el futuro a tres años, la versión sofisticada de este método mejora bastante la efectividad (véanse Cuadros 4 y 7). Esto es debido a que, en el período examinado, las TIR de los bonos a tres años fueron más volátiles que las correspondientes a los bonos a cinco años, con lo que el supuesto implícito en la versión simplificada de que las variaciones de las TIR son iguales para todos los bonos no se cumple, y se hace necesario introducir un factor de corrección.

A partir de los Cuadros 2 y 5 se pueden obtener los riesgos residuales de las posiciones cubiertas. El riesgo de correlación se deduce comparando las filas 2 y 3, mientras que el riesgo de base se obtiene comparando las filas 4 y 5. Según se observa en esos cuadros, la presencia de riesgo de

correlación reduce la efectividad de las coberturas mucho más que la existencia de riesgo de base, lo cual indica que el primer riesgo residual es mucho más importante para las posiciones sobre las que se han simulado coberturas.

- Las coberturas son más efectivas cuanto más tiempo se mantienen (véanse Cuadros 3 y 6).

CUADROS 5-7
Mecanismo de expectativas basado en el precio a plazo

CUADRO 5
Efectividad de las coberturas simuladas usando el futuro a tres años

Posición cubierta	H1	H2	H3	H4	H5
Cartera representativa	86.11	86.88	88.25	89.23	74.50
Bono MBE	98.25	98.25	98.25	98.25	98.25
Riesgo de correlación	66.24	66.68	69.27	70.75	42.12
Sin riesgo de base	88.13	89.07	90.79	91.51	73.31
Riesgo de base	83.03	83.56	84.38	85.75	76.30

Nota: Este cuadro ofrece la medida de efectividad según la posición cubierta: cartera representativa, el bono MBE de cada vencimiento, carteras formadas por bonos que no incluyen el MBE (riesgo de correlación), coberturas de carteras que no presentan riesgo de base y coberturas en las que sí existe ese riesgo.

CUADRO 6
Efectividad según la duración de la cobertura, usando el futuro a tres años

Duración	H1	H2	H3	H4	H5
14 días	80.43	82.16	83.20	83.22	64.54
28 días	84.21	85.12	86.80	86.83	73.91
56 días	88.82	88.95	90.83	91.02	77.96

Nota: Este cuadro proporciona la medida de efectividad para las coberturas simuladas, distinguiendo el tiempo de duración de las mismas. Sólo se ha calculado para aquellas coberturas que no presentaban riesgo de base para que fueran comparables, ya que ninguna de las coberturas simuladas que se mantienen 56 días presentan ese riesgo.

CUADRO 7
Comparación de la efectividad de cubrir bonos a cinco años usando ambos futuros

Futuro	H1	H2	H3	H4	H5
3 años	90.45	90.26	89.60	73.18	89.26
5 años	97.09	97.07	97.09	96.29	96.49

Nota: Este cuadro presenta la medida de efectividad de cubrir bonos a cinco años, según se elija el futuro a tres años o el futuro a cinco años.

Nota a los Cuadros 5, 6 y 7: Las columnas hacen referencia al método utilizado: H1 y H2 son las dos fórmulas del método estadístico, H3 es la fórmula de la versión sofisticada del método actuarial, H4 la versión simplificada del método anterior, y H5 es la fórmula correspondiente al método del factor de conversión. Las cifras están en %.

- Aunque la efectividad de cubrir los bonos a cinco años es bastante elevada utilizando el futuro a tres años, con la creación del nuevo futuro se puede mejorar la cobertura practicada (véanse Cuadros 4 y 7). La efectividad de las coberturas cuando se usa el futuro a cinco años es muy parecida entre las diferentes metodologías debido al elevado peso del bono MBE en las coberturas simuladas. Además, para practicar una buena cobertura con este nuevo contrato no es necesario proceder a una estimación estadística si se usa el método actuarial. En cambio, la versión simplificada de esta metodología proporciona una efectividad relativamente reducida si se usa el futuro a tres años.
- Se detectó cierta evidencia de que la efectividad de las coberturas es creciente con el riesgo de la posición de contado. Esta característica indicaría una propiedad deseable de las coberturas con futuros financieros. Además, esto podría explicar por qué las medidas de efectividad asociadas al modelo basado en la TIR estática son mayores, así como que las coberturas son más efectivas cuanto más tiempo se mantienen.

A partir de los resultados obtenidos en este estudio se pueden inferir algunas conclusiones acerca de qué metodología es preferible utilizar a la hora de practicar coberturas, así como respecto al funcionamiento del mercado español de futuros. Sin embargo, estas conclusiones deben tomarse con cautela al estar basadas en unos resultados obtenidos en un breve período de análisis y a alguno de los supuestos utilizados: no consideración de liquidaciones diarias, ausencia de costes de transacción, modelización de las expectativas, tipos de interés a corto plazo constantes.

La respuesta a la primera cuestión dependerá de la composición de la cartera objeto de cobertura. Si la duración de ésta es similar a la del activo subyacente del futuro, se pueden conseguir coberturas bastantes efectivas sin necesidad de proceder a ninguna estimación estadística usando la versión simplificada del método actuarial. Por tanto, en este caso, esta última metodología parece la más aconsejable si se tiene en cuenta, además, su facilidad de cálculo. Sin embargo, si la condición anterior no se cumple, la efectividad de la cobertura mejora bastante si se realiza un análisis estadístico (véanse Cuadros 4 y 7). En este caso, se puede utilizar bien los métodos estadísticos o bien la versión sofisticada del método actuarial, siendo la medida de efectividad de los tres procedimientos muy parecida. Si la estimación de relaciones estadísticas no es posible debería seleccionarse un contrato de futuro cuyo activo subyacente tuviera una duración lo más cercana posible a la de la cartera objeto de cobertura.

En cuanto al funcionamiento del mercado español de futuros, se ha encontrado cierta evidencia de que la operativa en ese mercado permite reducir un importante porcentaje del riesgo de interés asociado a carteras de bonos.

Por otra parte, el hecho de que la efectividad de las coberturas de carteras de bonos a cinco años sea bastante elevada cuando se utiliza el futuro a tres años, podría ser uno de los factores que explicaran el reducido volumen negociado de este producto desde su aparición. Para los inversores interesados en cubrir

esas carteras podría resultar preferible tomar una posición en el contrato a tres años porque, aunque la efectividad de la cobertura sea menor, se trata de un contrato más líquido siendo, por tanto, menores los costes de transacción asociados a la operación de cobertura.

5. Conclusiones

En la parte teórica de este trabajo se ha planteado el análisis de coberturas de posiciones de contado utilizando futuros financieros en un marco general. Según se vio, practicar una cobertura total es un caso particular del problema general de establecer la posición óptima en futuros financieros. Estos instrumentos presentan el atractivo de alterar el riesgo de la posición de contado, sin modificar ésta, pero a costa de variar el rendimiento esperado de la misma. Así, un inversor puede elegir entre distintas combinaciones entre esperanza y varianza, no siendo siempre óptimo cubrirse totalmente, dependiendo su decisión de su aversión al riesgo. El análisis se ha centrado en las coberturas totales por ser este caso un punto de referencia para cualquier inversor interesado en reducir el riesgo de su posición, y porque permite evaluar el porcentaje máximo de riesgo que es posible reducir en el mercado de futuros.

Desde un punto de vista teórico no se puede saber qué metodología, de entre las varias que se proponen en la literatura, es preferible utilizar, y menos se puede evaluar la efectividad de las mismas. De ahí que en la parte empírica de este trabajo se hayan simulado diferentes coberturas, utilizando cinco fórmulas diferentes. El resultado de este estudio es que, excepto el método del factor de conversión, que es claramente peor que los demás, no existen diferencias importantes entre las medidas de efectividad correspondientes a las diferentes fórmulas utilizadas. Aunque el método cuyas fórmulas son más efectivas es el actuarial no se pudo conocer si la efectividad de esta metodología es estadísticamente diferente de aquella asociada al método estadístico. Además, la versión sofisticada de esta última técnica no parece que mejore significativamente sobre su versión simplificada, excepto cuando se practica una cobertura de un bono a cinco años con el futuro a tres años, ya que, en este caso, la última versión mejora los resultados de forma muy importante. Lo anterior aconsejaría utilizar la versión simplificada del método actuarial cuando la duración de la cartera objeto de cobertura es similar a la del bono subyacente del contrato de futuro, ya que esta metodología no requiere la estimación de relaciones estadísticas. Sin embargo, cuando esa condición no se cumple sería preferible utilizar un procedimiento estadístico, o seleccionar un contrato de futuro cuyo subyacente posea una duración más cercana a la cartera que se desea cubrir.

Por otra parte, aunque desde un punto de vista teórico para estimar los ratios de cobertura debían de tenerse en cuenta las expectativas, desde un punto de vista empírico los resultados no varían apreciablemente al considerar dos mecanismos de expectativas muy diferentes. Lo cual daría idea de la robustez de los mismos frente a la modelización de aquéllas.

Por último, se puede concluir que en este estudio se ha encontrado evidencia de que la efectividad de practicar una cobertura de un bono de DPA con los futuros del MEFF RF a tres y cinco años es elevada, lo cual indicaría que este mercado contribuye en gran medida a la reducción del riesgo de interés asociado a carteras de bonos. Sin embargo, tal como se indicó anteriormente, esta y las anteriores conclusiones deben tomarse con cautela debido al breve período de análisis y a alguno de los supuestos que se han utilizado.

Apéndice I. Concepto de duración y aplicación

Definición 1: La TIR (Tasa Interna de Rentabilidad) anual de un bono se define implícitamente a partir de la ecuación:

$$P_t = P_t(R_t) \quad [\text{A.1}]$$

donde P_t es el precio del bono en el período t , R_t es su TIR y

$$P_t(R_t) = \sum_{i=t_1}^{t_n} c_i(1+R_t)^{-i}, \quad [\text{A.2}]$$

siendo C_i el flujo de caja (cupones y amortización) que paga el bono en el período $t+i$, i el número de años entre t y el período que se recibe el flujo de c_i , t_1 el tiempo (en años) que falta hasta el primer flujo de caja después de t , y t_n el tiempo que falta hasta el vencimiento del bono.

Definición 2: La *duración* de un bono es la función:

$$D_t(R_t) = [P_t(R_t)]^{-1} \sum_{i=t_1}^{t_n} ic_i(1+R_t)^{-i} \quad [\text{A.3}]$$

Definición 3: La *duración corregida* de un bono es la función:

$$D_t^c(R_t) = \frac{D_t(R_t)}{1+R_t} \quad [\text{A.4}]$$

Aplicación del concepto de duración

La variación del precio de un bono, en un momento t , al modificarse su TIR de R_t^0 a R_t^1 se puede aproximar mediante una expansión de Taylor de primer orden de la función [A.2] en el punto R_t^0 , obteniendo:

$$P_t(R_t^1) \simeq P_t(R_t^0) - \sum_{i=t_1}^{t_n} ic_i(1+R_t^0)^{-(i+1)}(R_t^1 - R_t^0) \quad [\text{A.5}]$$

Utilizando la definición de duración corregida, [A.5] se puede reescribir:

$$P_t(R_t^1) - P_t(R_t^0) \simeq -D_t^c(R_t^0)P_t(R_t^0)(R_t^1 - R_t^0) \quad [\text{A.6}]$$

Apéndice II. Demostración

Proposición: Si el ratio de cobertura no depende de los valores del conjunto de información, entonces:

$$h = \frac{\text{cov}(P_t, F_{IT} | \Phi_{t-k})}{V(F_{IT} | \Phi_{t-k})} = \frac{\text{cov}[P_t - E(P_t | \Phi_{t-k}), F_{IT} - E(F_{IT} | \Phi_{t-k})]}{V[F_{IT} - E(F_{IT} | \Phi_{t-k})]}$$

donde Φ_{t-k} es el conjunto de información en $t-k$.

Demostración: Sabiendo que

$$\text{cov}(P_t, F_{IT} | \Phi_{t-k}) = \text{cov}[P_t - E(P_t | \Phi_{t-k}), F_{IT} - E(F_{IT} | \Phi_{t-k}) | \Phi_{t-k}], \quad [\text{A.7}]$$

$$V(F_{IT} | \Phi_{t-k}) = V[F_{IT} - E(F_{IT} | \Phi_{t-k}) | \Phi_{t-k}], \quad [\text{A.8}]$$

por definición de h , y teniendo en cuenta [A.7] y [A.8], se cumplirá la ecuación:

$$hV[F_{IT} - E_{t-k}(F_{IT}) | \Phi_{t-k}] = \text{cov}[P_t - E_{t-k}(P_t), F_{IT} - E_{t-k}(F_{IT}) | \Phi_{t-k}] \quad [\text{A.9}]$$

Tomando esperanzas a la ecuación [A.9], y aplicando la propiedad:

$$\text{cov}(A, B) = \text{cov}[E(A | C), E(B | C)] + E[\text{cov}(A, B | C)], \quad [\text{A.10}]$$

se llega a:

$$hV[F_{IT} - E_{t-k}(F_{IT})] = \text{cov}[P_t - E_{t-k}(P_t), F_{IT} - E_{t-k}(F_{IT})] \quad [\text{A.11}]$$

donde se ha tenido en cuenta la hipótesis y que:

$$E(P_t - E_{t-k}(P_t) | \Phi_{t-k}) = E(F_{IT} - E_{t-k}(F_{IT}) | \Phi_{t-k}) = 0 \quad [\text{A.12}]$$

Despejando h de [A.11] se llega a lo que se quería demostrar.

Referencias

- Artus, P. (1987): «Quelques Remarques et Analyses Techniques sur les Couvertures à Terme», Banque de France, Direction Generale des Etudes, 87-43/1.
- Bell, D. E. y Krasker, W. S. (1986): «Estimating Hedge Ratios», *Financial Management*, verano.
- Bierwag, G. O. (1977): «Inmunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates», *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 12, pp. 725-741.
- Bierwag, G. O. (1987): *Duration Analysis. Managing Interest Rate Risk*, Ballinger Publishing Company, Cambridge, Massachusetts.
- Brown, S. L. (1985): «A Reformulation of the Portfolio Model of Hedging», *American Journal of Agricultural Economics*, pp. 508-512.
- Chang, J. y Shanker, L. (1987): «A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness: A Comment», *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22, pp. 373-376.
- Chang, J. y Fang, H. (1990): «An Intertemporal Measure of Hedging Effectiveness», *The Journal of Futures Markets* 10, pp. 307-321.

- Duffie, D. (1989): *Futures Markets*, Prentice Hall: Englewood Cliffs, New Jersey.
- Ederington, L. (1979): «The Hedging Performance of the New Futures Markets», *Journal of Finance* 34, pp. 157-170.
- Elton, J.; Gruber, M. y Rentzler, J. (1984): «Intra-Day Tests of the Efficiency of the Treasury Bill Futures Markets», *Review of Economics and Statistics* 66, pp. 129-137.
- Freixas, X. (1990): *Futuros Financieros*, Alianza Editorial, Madrid.
- Gay, G.; Kolb, R. y Chiang, R. (1983): «Interest Rate Hedging: An Empirical Test of Alternative Strategies», *Journal of Financial Research*, pp. 187-197.
- Hill, J. y Schneeweis, T. (1981): «A Note on the Hedging Effectiveness of Foreign Currency Futures», *The Journal of Futures Markets* 1, pp. 659-664.
- Houthakker, H. S. (1959): «The Scope and Limits of Futures Trading», *Allocation of Economic Resources*, pp. 134-159.
- Howard, C. y D'Antonio, L. (1984): «A Risk-Return Measure of Hedging Effectiveness», *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, pp. 101-112.
- Herbst, A. F.; Kare, D. D. y Caples, S. C. (1989): «Hedging Effectiveness and Minimum Risk Hedge Ratios in the Presence of Autocorrelation: Foreign Currency Futures», *The Journal of Futures Markets* 9, pp. 185-197.
- Hilliard, J. E. (1984): «Hedging Interest Rate Risk with Futures Portfolios under Term Structure Effects», *Journal of Finance*, pp. 1547-1570.
- Lindahl, M. (1989): «Measuring Hedging Effectiveness With R^2 : A Note», *The Journal of Futures Markets* 9, pp. 469-475.
- Lindahl, M. (1991): «Risk-Return Hedging Effectiveness Measures for Stock Index Futures», *The Journal of Futures Markets* 11, pp. 399-409.
- McCabe, G. M. y Solberg, D. P. (1989): «Hedging in the Treasury Bill Futures Market when the Hedged Instrument and the Deliverable Instrument are not Matched», *The Journal of Futures Markets* 9, pp. 529-537.
- Miller, S. E. y Kahl, K. (1989): «Performance of Estimated Hedging Ratios Under Yield Uncertainty», *The Journal of Futures Markets* 9, pp. 307-319.
- Myers, R. J. y Thompson, S. R. (1989): «Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation», *American Agricultural Economics Association*, pp. 858-868.
- Peck, A. E. (1975): «Hedging and Income Stability: Concepts, Implications and an Example», *American Journal of Agricultural Economics*, pp. 410-419.
- Platt, R. B. (1986): *Controlling Interest Rate Risk*, John Wiley e hijos: New York.
- Schwarz, E. W.; Hill, J. M. y Schneeweis, T. (1986): *Financial Futures. Fundamentals, Strategies and Applications*, Irwin: Homewood, Illinois.
- Siegel, D. R. y Siegel, D. F. (1990): *Futures Markets*, The Dryden Press: Orlando, FL.

Abstract

The paper deals with bond hedging with financial futures. We test what methodology allows the best hedging effectiveness. We then estimate the hedging effectiveness of the MEFF RF's 3 and 5 year notional bonds.

The paper is divided in two parts. In the first one we show the hedging problem in a general framework, then we survey some classical hedging methodologies, and we define an effectiveness measure.

Afterwards, we simulate some hedgings using five different formulas and we compare alternative estimation methodologies with the proposed effectiveness measure. Finally, we calculate the hedging effectiveness of spanish notional bond future contracts.