

UN ANÁLISIS TEÓRICO DEL PERIODO DE ESCOLARIZACIÓN

JULIO LÓPEZ DÍAZ
CARMEN GARCÍA PRIETO
Universidad de Valladolid

Este trabajo desarrolla un modelo teórico de generaciones solapadas en donde se estudian los determinantes de la duración de la etapa de formación no obligatoria. El principal resultado obtenido es el hallazgo de un período de escolarización maximizador del capital humano agregado productivo, el cual dependería de la edad de jubilación, de la expectativa de vida y, finalmente, de factores vinculados con la posibilidad de desarrollar la capacidad de aprendizaje de los individuos, como el gasto en educación.

Palabras clave: Período de escolarización, capital humano, generaciones solapadas.

(JEL H52, I20, J24)

1. Introducción

En los últimos años los países han experimentado un proceso de transición educativa caracterizado por el incremento de la edad a la que los jóvenes finalizan sus estudios, un fenómeno debido tanto a los cambios normativos que prolongan la etapa de escolarización obligatoria como a la decisión individual de alargar el período de formación voluntaria.

En este contexto, y sobre la base de la teoría del capital humano (que identifica a la educación como un bien de inversión) ha sido muy estudiada la idea de que los individuos prolongan su etapa de formación principalmente por motivos salariales, al estar dispuestos a sacrificar ingresos presentes por salarios futuros más elevados. En contraste, menor atención se ha prestado a los determinantes no salariales de

Los autores queremos agradecer las sugerencias recibidas de Zenón J. Ridruejo y de los dos evaluadores anónimos, las cuales han contribuido a mejorar el artículo. No obstante, cualquier error que subsista es de nuestra total responsabilidad.

dicha decisión (educativos, demográficos, etc.), cuando la evidencia empírica parece sugerir la existencia de una clara influencia de dichos considerandos sobre la duración de la etapa de escolarización que en promedio tiene un país. En este sentido, y sin otra intención que respaldar con datos la anterior afirmación, el Apéndice A2 contiene tres cuadros que proporcionan información para un total de 75 países tanto de la duración del período de escolarización promedio como de alguno de sus posibles determinantes no salariales. De su observación se deduce que en promedio los países con un mayor período de escolarización son aquellos con la etapa de formación obligatoria más larga, con la edad de jubilación más elevada, con la mayor esperanza de vida y con el mayor gasto en educación, tal y como resume el cuadro siguiente:

CUADRO 1
Determinantes no salariales del período de escolarización.
Valores promedio

	$b + s$	b	j	$1/m$	G
Los 25 países con mayor $b + s$	11,45	9,60	64,00	74,63	5,08
Los 25 países con $b + s$ intermedios	7,93	7,56	60,88	67,50	3,93
Los 25 países con menor $b + s$	4,30	7,20	57,80	56,42	3,32

Fuente: Ver apéndice A2.

Leyenda: $b + s$: período de escolarización (años); b : período de escolarización obligatorio (años); j : edad de jubilación (años); $1/m$: esperanza de vida (años); G : gasto en educación (porcentaje del PIB).

Desde una perspectiva teórica, debe advertirse que tanto el análisis de los determinantes no salariales de la duración del período de escolarización, como el estudio de la influencia que la duración del período de formación individual ejerce sobre el capital humano productivo agregado, reclaman modelos de generaciones solapadas como los desarrollados por de la Croix y Licandro (1999), Boucekine, de la Croix y Licandro (2002) o López y Ridruejo (2003), entre otros. A este respecto, no existen estudios que modelicen teóricamente las causas por las que el período de formación promedio de una economía pueda ser inferior al que maximizaría el capital humano agregado productivo dadas unas circunstancias demográficas, educativas etc., siendo éste el principal objetivo del presente trabajo.

Para ello se desarrolla un modelo teórico de generaciones solapadas cuya principal aportación respecto a los ya mencionados consiste en

la incorporación explícita de considerandos educativos, los cuales van desde la distinción de dos etapas en el proceso de formación de los individuos (obligatoria y voluntaria) hasta la consideración de desigualdades intrageneracionales motivadas por las diferentes posibilidades de acceso de los individuos a los niveles superiores de formación, pasando por la existencia de un sector público cuyo gasto en educación incide en la accesibilidad de los jóvenes a la educación superior. La finalidad de este modelo es estudiar tanto los determinantes de la duración de la etapa de formación no obligatoria como las condiciones bajo las cuales dicha etapa maximiza el capital agregado productivo de la economía.

El artículo se organiza de la siguiente forma. En la segunda sección se describe la estructura demográfica. En la tercera sección los patrones de comportamiento del sector público. En la cuarta se analiza la conducta optimizadora del sector privado. En la quinta sección se presta una especial atención a la influencia que la formación superior ejerce sobre el capital humano productivo agregado. Finalmente, en la sexta y última sección se exponen las principales conclusiones.

2. Estructura demográfica

Siguiendo a Blanchard (1985), a pesar de la dinámica de nacimientos y defunciones, la población se caracteriza por presentar un tamaño y una estructura por edades que permanecen invariables cuando la economía se encuentra en equilibrio. Así, en cada instante de tiempo nace una generación compuesta por n individuos, todos ellos con la misma probabilidad de muerte por unidad de tiempo m , la cual es constante, independiente de su edad y determinante de su esperanza de vida $1/m$. Cada cohorte es lo suficientemente grande como para que m sea también la tasa a la que decrece su volumen a lo largo del tiempo, con lo que el tamaño de una generación nacida en el período x será $n \exp[-m(t-x)]$, siendo la población en el momento actual t la suma de las generaciones existentes en ese instante:

$$\int_{-\infty}^t n \exp[-m(t-x)] dx = \frac{n}{m} \quad [1]$$

En cuanto a la estructura por edades, la población en período de formación básica obligatoria está compuesta por individuos nacidos hace menos de b años, siendo b una variable determinada exógenamente al

modelo que representa la edad a partir de la cual los individuos pueden, si lo desean, incorporarse al mercado laboral:

$$\int_{t-b}^t n \exp[-m(t-x)] dx = \frac{n}{m} (1 - \exp[-bm]) \quad [2]$$

Igualmente, la población en período de formación superior será aquella con edades comprendidas entre los b y los $b + s$ años, siendo s una variable endógena cuya obtención se explicará posteriormente y que representa la etapa de aprendizaje voluntario de los individuos:

$$\int_{t-(s+b)}^{t-b} n \exp[-m(t-x)] dx = \frac{n}{m} (\exp[-bm] - \exp[-(s+b)m]) \quad [3]$$

Finalmente, y considerando j una variable impuesta exógenamente al modelo representativa de la edad de retiro obligatoria, las poblaciones trabajadora y jubilada son, respectivamente, las siguientes:

$$\int_{t-j}^{t-(s+b)} n \exp[-m(t-x)] dx = \frac{n}{m} (\exp[-(s+b)m] - \exp[-jm]) \quad [4]$$

$$\int_{-\infty}^{t-j} n \exp[-m(t-x)] dx = \frac{n}{m} (\exp[-jm]) \quad [5]$$

3. Sector público

El sector público es responsable del mantenimiento de los sistemas educativo y de Seguridad Social. A este respecto, el sistema de Seguridad Social es de reparto, financiándose las pensiones de los jubilados con las cotizaciones de los trabajadores de ese mismo período. Así, si la pensión $p(t)$ es independiente de la edad del jubilado y de lo que haya cotizado en el pasado, el total de prestaciones pagadas por la Seguridad Social en cada período será igual a:

$$\int_{-\infty}^{t-j} p(t) n \exp[-m(t-x)] dx = p(t) \frac{n}{m} \exp[-jm]$$

Por otro lado, si en cada instante de tiempo cada trabajador cotiza un porcentaje τ de su renta laboral $w(1 - e(x,t))h(x,t)$, donde w es el salario por unidad de capital humano, $(1 - e(x,t))$ el porcentaje de tiempo dedicado a trabajar, y $h(x,t)$ el capital humano individual,

el ingreso que la Seguridad Social obtiene de las cotizaciones de los trabajadores será:

$$\int_{t-j}^{t-(s+b)} \tau w(1 - e(x, t))h(x, t)n \exp[-m(t - x)]dx = \tau wH(t)$$

donde $H(t)$ representa el capital humano agregado productivo de la economía (cuya obtención se justificará más adelante). A partir de las dos expresiones anteriores es inmediata la observación de que el equilibrio presupuestario de la Seguridad Social reclama la prestación de la siguiente pensión por jubilado:

$$p(t) = \frac{m}{n} w\tau H(t) \exp[jm] \tag{6}$$

Dicha pensión depende positivamente del capital humano agregado, del tipo de cotización a la Seguridad Social, del salario, de la edad de jubilación, y negativamente de la esperanza de vida y del tamaño de las cohortes. Por otro lado, el sector público establece un impuesto proporcional sobre la renta de la población trabajadora con un tipo de gravamen ε , con el que financia su gasto en educación G , el cual dependerá positivamente del tipo de gravamen, del salario y del capital humano agregado:

$$G(t) = \int_{t-j}^{t-(s+b)} \varepsilon w(1 - e(x, t))h(x, t)n \exp[-m(t - x)]dx = \varepsilon wH(t) \tag{7}$$

4. Sector privado

El sector privado está integrado por empresas e individuos. Comenzando por describir el comportamiento del sector productivo, las empresas emplean como factores el capital físico y el capital humano agregado, en una función de producción agregada que se supone presenta rendimientos constantes a escala $Y(t) = K(t)^\lambda H(t)^{1-\lambda}$. En este contexto, y suponiendo la existencia de libre movilidad internacional del capital, esta economía pequeña acepta el tipo de interés que le viene dado desde el exterior, el cual es constante a lo largo del tiempo. Así, y suponiendo competencia perfecta en los mercados de factores, este tipo de interés determina la productividad marginal del capital físico y, por tanto, el salario abonado por unidad de capital humano agregado w , que vuelve a ser constante.

Con relación a la conducta de los agentes individuales, en cada momento de tiempo t un individuo nacido en el instante x maximiza su utilidad intertemporal esperada $U(t)$:

$$U(t) = \int_t^{\infty} \exp[-(m + \rho)(z - t)] \ln c(x, z) dz \quad [8]$$

donde $c(x, z)$ denota el consumo en el momento z de un individuo nacido en el momento x y donde, como en Blanchard (1985), el principal efecto de considerar la probabilidad de muerte exponencialmente $\exp[m(t - z)]$ es simplemente incrementar la tasa de preferencia temporal del individuo ρ .

En cuanto al proceso de acumulación de capital humano, cuando finalizan su etapa de escolarización obligatoria básica con b años de edad, todos los individuos poseen el mismo nivel de capital humano $h_{bas}(b)$, el cual depende positivamente de la duración del periodo de formación obligatoria¹:

$$h(x, x + b) = h_{bas}(b) \quad \frac{\partial h_{bas}(b)}{\partial b} > 0 \quad [9]$$

Una vez finalizada la etapa de escolarización obligatoria, y siguiendo a Lucas (1988), los individuos atesoran capital humano por medio del aprendizaje, dividiendo el tiempo total disponible, normalizado a la unidad, entre educación $e(x, t)$ y trabajo $(1 - e(x, t))$. Así, si $e(x, t)$ es la unidad, el individuo dedica todo su tiempo a formarse; si es igual a cero, emplea todo su tiempo al trabajo; y si oscila entre cero y uno compagina formación y empleo. En este sentido, y siguiendo la especificación de Ben-Porath (1967), la función de aprendizaje, que muestra la tasa de crecimiento en t del capital humano de un individuo nacido en el momento x , $h(x, t)$ viene dada por:

$$\frac{\dot{h}(x, t)}{h(x, t)} = \begin{cases} \alpha e(x, t) & \text{si } x + b < t < x + j \\ 0 & \text{si } t \geq x + j \end{cases} \quad [10]$$

Debe advertirse que una vez finalizada la etapa de escolarización básica obligatoria, el individuo sólo tiene incentivos a acumular capital humano antes de alcanzar la edad de jubilación. Adicionalmente debe observarse que el ritmo de crecimiento del capital humano individual

¹En López y Ridruejo (2003) puede encontrarse una especificación alternativa del capital humano con el que parten los individuos, de manera que el modelo genera crecimiento endógeno por medio de la acumulación de capital humano agregado.

depende tanto del tiempo dedicado a la formación $e(x, t)$, como de la posibilidad de aprendizaje α , que constituye una medida de la rentabilidad que en términos de más capital humano obtienen los individuos del tiempo dedicado al estudio.

Por otro lado, como en Blanchard (1985), todos los individuos contratan seguros de vida. Las aseguradoras pagan una cuota periódica a los individuos mientras están vivos, que es una proporción de la riqueza financiera de cada asegurado, siendo a cambio las beneficiarias de su riqueza financiera $a(x, t)$ cuando muere, comprometiéndose adicionalmente a saldar las deudas contraídas por el individuo si éste fallece antes de que obtenga ingresos laborales. Estas compañías acceden libremente al mercado, guiándose por la condición de beneficio cero, lo cual implica que proporcionan a los individuos una tasa m sobre su riqueza. En consecuencia, el capital financiero del individuo se acumula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\dot{a}(x, t) = (r + m)a(x, t) + y(x, t) - c(x, t) \tag{11}$$

donde $y(x, t)$ representa la renta en el instante t de un individuo nacido en el momento x , la cual tendrá carácter laboral o asistencial según la edad del agente:

$$y(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < t \leq x + b \\ w(1 - \tau - \varepsilon)(1 - e(x, t))h(x, t) & \text{si } x + b < t < x + j \\ p(x, t) & \text{si } t \geq x + j \end{cases} \tag{12}$$

Adoptando como supuesto simplificador la coincidencia de las tasas de descuento subjetiva y objetiva, $r = \rho$, cada individuo selecciona el consumo y la fracción de tiempo dedicado a la formación superior que maximiza su utilidad esperada sujeta a la función de aprendizaje y a la restricción presupuestaria. Como consecuencia de dicha conducta, los agentes deciden consumir (ver apéndice A1) la siguiente cantidad:

$$c(x, t) = (r + m)[d(x, x + j) + a(x, x + j)] \tag{13}$$

donde $a(x, x + j)$ y $d(x, x + j)$ representan, respectivamente, la riqueza financiera y el valor esperado de las pensiones futuras, valoradas en el momento de la jubilación del individuo.

En el mismo apéndice se demuestra que una vez finaliza su etapa de formación básica todos los individuos deciden dedicar los primeros años

únicamente a formarse ($e = 1$) —lo que constituiría la etapa de formación superior no obligatoria— para en una segunda fase exclusivamente trabajar ($e = 0$), al igual que sucedía en de la Croix y Licandro (1999) y en López y Ridruejo (2003). En otras palabras, su conducta optimizadora les lleva a inicialmente sólo estudiar, debido a que en esa etapa el valor marginal de producir una unidad de capital humano es superior al valor marginal de utilizar ese capital humano en la producción de capital físico, decidiendo abandonar la etapa de formación superior y comenzar por tanto a trabajar cuando ambos valores marginales coinciden, lo que sucede cuando el individuo desarrolla un período de educación superior² s , definido como:

$$s = (j - b) + \frac{\log\left[1 - \frac{r+m}{\alpha}\right]}{r + m} \quad [14]$$

De la expresión anterior se desprende que cuando se incorporan al mercado laboral todos los individuos tienen la misma edad ($b + s$), la cual puede variar por diferentes razones. Así, puesto que dada la estructura del modelo no es posible que un individuo acumule simultáneamente capital humano y capital financiero, cuanto menor sea el tipo de interés r que retribuye el capital financiero menor será el coste de oportunidad del período de formación superior, lo que incentiva su prolongación. Igualmente, una mayor posibilidad de desarrollar la capacidad de aprendizaje —un mayor α — incrementa la rentabilidad del tiempo dedicado al estudio por cuanto logra una mayor acumulación de capital humano, incentivando una incorporación más tardía al mercado laboral. Por otro lado, el tiempo dedicado a la formación superior será tanto menor cuanto menor sea la edad de jubilación —un menor j — y cuanto mayor sea la duración de la formación obligatoria —un mayor b — ya que los individuos disponen de un menor horizonte laboral en el que recoger los frutos de un período de educación superior más prolongado. Por último, una esperanza de vida más alta —un menor m — proporciona al individuo un mayor respaldo a su decisión de sa-

² Cuando el individuo alcanza la edad $b + s$ obtiene el mismo valor marginal por invertir su riqueza en capital físico $r + m$ que en capital humano $\alpha(1 - \exp[-(r + m)(j - b - s)])$. Dado que el capital humano tiene como coste de obsolescencia $\exp[-(r + m)(j - b - s)]$ (ya que cuando el individuo se jubila su capital humano pierde todo el valor), α debe ser mayor que $r + m$, pues de lo contrario el comportamiento óptimo del individuo sería no invertir en capital humano en ningún momento de su vida.

crificar ingresos presentes por la expectativa de obtener rentas futuras más elevadas, lo que contribuye a alargar su etapa de formación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial m} &= \frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{1}{\alpha(m+r)\left(1-\frac{r+m}{\alpha}\right)} - \frac{\log\left[1-\frac{r+m}{\alpha}\right]}{(r+m)^2} < 0 \\ \frac{\partial s}{\partial j} &= -\frac{\partial s}{\partial b} = 1 \\ \frac{\partial s}{\partial \alpha} &= \frac{1}{\alpha^2\left(1-\frac{r+m}{\alpha}\right)} > 0 \end{aligned}$$

5. La formación superior y el capital humano agregado productivo

Introduciendo a partir de este instante una cierta heterogeneidad intrageneracional, se supone que en cada cohorte de trabajadores existen q colectivos (que podría suponerse surgen por motivos de sexo, de lugar nacimiento, de clase social, etc.) diferenciados a efectos del presente trabajo por la diferente duración de su etapa de formación no obligatoria s_i cuando eran estudiantes, una etapa que será más corta que la maximizadora del capital humano productivo s^* (la cual se definirá más adelante), lo que en nuestro modelo sería el resultado de la existencia de q diferentes posibilidades de aprendizaje α_i , inferiores todas ellas a la máxima $\bar{\alpha}$:

$$\alpha_i = \chi_i \bar{\alpha} \quad 0 \leq \chi_i \leq 1 \quad i = 1, 2 \dots q$$

donde $\bar{\alpha}$ simboliza la capacidad de aprendizaje que podrían desarrollar todos los individuos (idéntica para todos) si tienen la misma posibilidad de acceder al sistema educativo en su plenitud, lo que introduce en el modelo la cuestión del papel que en toda economía desempeña el gasto público en educación como promotor de la igualdad de oportunidades. Así, se supone que $1 - \chi_i$ es un indicador de las trabas con que se encuentra el colectivo i -ésimo para acceder a los niveles superiores de la formación, y que las trabas son menores cuanto mayor es el gasto público en educación G , de modo que el gobierno tiene la facultad de facilitar el acceso a la formación superior a cada grupo por medio del empleo de medidas de discriminación positivas de tal forma que:

$$\chi_i = f_i(G) \quad f_{iG} > 0 \quad i = 1, 2 \dots q \quad [15]$$

En definitiva, esta situación de heterogeneidad intrageneracional genera q categorías de cualificación entre los trabajadores, cada uno de los

cuales tiene un capital humano individual tanto mayor cuanto mayor haya sido el tiempo que haya dedicado a la formación superior s_i :

$$s_i = (j - b) + \frac{\log[1 - (r + m)/\alpha_i]}{r + m} \quad i = 1, 2 \dots q \quad [16]$$

Adoptando el supuesto de que la formación adquirida durante la etapa educativa básica es constante e igual para todos los individuos, la expresión del capital humano individual de cada uno de los trabajadores que configuran las q categorías de cualificación es:

$$h_i(x, t) = h_{bas}(b) \exp[\alpha_i s_i] \quad t \geq x + b + s_i \quad i = 1, 2 \dots q \quad [17]$$

A este respecto, y suponiendo que ϑ_i representa el porcentaje de individuos que en cada instante de tiempo poseen un capacidad de aprendizaje α_i , puede definirse como ψ_i el porcentaje de trabajadores con un determinado capital humano individual h_i :

$$\psi_i = \frac{\int_{t-j}^{t-(s_i+b)} \vartheta_i n \exp[-m(t-x)] dx}{\sum \int_{t-j}^{t-(s_i+b)} \vartheta_i n \exp[-m(t-x)] dx} \quad [18]$$

En este sentido, el número de años de escolarización no obligatoria promedio de la fuerza laboral s_m se define como:

$$s_m = \sum \psi_i s_i \quad [19]$$

En consecuencia, el capital humano agregado productivo será la suma del que poseen a título individual los diferentes tipos de trabajadores:

$$\begin{aligned} H &= \sum H_i \\ &= \sum \int_{t-j}^{t-(s_i+b)} \vartheta_i h_i(x, t) n \exp[-m(t-x)] dx \quad [20] \\ &= \sum h_{bas} \exp[\alpha_i s_i] \vartheta_i \frac{n}{m} (\exp[-(s_i + b)m] - \exp[-jm]) \end{aligned}$$

A partir de este resultado, cualquier cambio en las variables del modelo genera un doble efecto sobre el capital humano agregado de todos y cada uno de los subgrupos de cualificación H_i (y por tanto sobre el capital humano agregado de la economía). Se trata de un efecto directo, consecuencia de la propia dependencia del capital humano agregado de

la variable que se trate y, otro indirecto, derivado de la modificación que experimente el tiempo dedicado a la formación superior s_i :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_i}{\partial j} &= h_{bas}(b)n \exp[s_i\alpha - jm] + \frac{\partial H_i}{\partial s_i} \frac{\partial s_i}{\partial j} \\ \frac{\partial H_i}{\partial b} &= \frac{\partial H_i}{\partial s_i} \frac{\partial s_i}{\partial b} + \frac{H_i}{h_{bas}(b)} \frac{\partial h_{bas}(b)}{\partial b} - h_{bas}(b)n \exp[s_i\alpha - (b + s_i)m] \\ \frac{\partial H_i}{\partial n} &= \frac{h_{bas}(b) \exp[s_i\alpha] (\exp[-(b + s_i)m] - \exp[-jm])}{m} + \frac{\partial H_i}{\partial s_i} \frac{\partial s_i}{\partial n} \\ \frac{\partial H_i}{\partial m} &= \frac{h_{bas}(b) \exp[s_i\alpha]n}{m} \Omega + \frac{\partial H_i}{\partial s_i} \frac{\partial s_i}{\partial m} \\ \frac{\partial H_i}{\partial h_{bas}(b)} &= \frac{n \exp[s_i\alpha] (\exp[-(b + s_i)m] - \exp[-jm])}{m} \end{aligned}$$

donde $\Omega = (\exp[-jm](\frac{1}{m} + j) + \exp[-m(b + s)](\frac{1}{m} - b - s))$. En este sentido, se advierte con claridad el sentido del efecto directo de cada variable sobre el capital humano agregado, apreciándose la influencia positiva que generaría el retraso de la edad de jubilación, el acortamiento del período de escolarización básico, el incremento del tamaño de las cohortes y la reducción de la tasa a la que fallecen los individuos (por lo que supone de incremento del número de individuos poseedores de capital humano productivo dado un determinado nivel de conocimiento individual, bien porque aumentan el número de cohortes trabajadoras, bien porque en cada cohorte existen más individuos). De igual forma ejerce una influencia positiva el aumento del nivel de conocimiento alcanzado al finalizar la etapa de formación básica, dada la población trabajadora de la economía.

Sin embargo, además de la influencia directa ejercida por cada variable, existe un efecto indirecto derivado de la modificación que se genera en la duración de la etapa de formación superior s_i . En este sentido, es cierto que, como se comentó con anterioridad, la influencia de las diferentes variables sobre s_i es inequívoca, una prolongación de la etapa de formación superior genera un efecto ambiguo sobre el capital humano del subgrupo de cualificación al que pertenece H_i , ambigüedad que se transmite al capital agregado de la economía:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_i}{\partial s_i} &= \alpha_i \exp[\alpha_i s_i] h_{bas}(b) \vartheta_i \frac{n}{m} (\exp[-(s_i + b)m] - \exp[-jm]) \\ &\quad - \exp[\alpha_i s_i] h_{bas}(b) n (1 - \vartheta_i) \exp[-(s_i + b)m] \end{aligned} \quad [21]$$

En efecto, se aprecian un efecto positivo sobre el capital humano agregado (término superior de la expresión) debido a la mayor cualificación

de la fuerza laboral resultante de la prolongación del período de formación y un efecto negativo (término inferior) debido a la pérdida de capital humano productivo asociada a las generaciones de individuos que antes trabajaban y ahora estudian. Como consecuencia, dadas las restantes variables, inequívocamente existe un período de formación superior s^* que maximiza el capital humano agregado de todos los colectivos de trabajadores y por tanto el de la economía, que se alcanzaría facilitando a todos los individuos la misma capacidad de acceso a los diferentes niveles de formación superior (lo que en nuestro modelo implicaría la igualación de todos los α_i) cuya expresión es la siguiente:

$$s^* = (j - b) + \frac{\log[1 - m/\bar{\alpha}]}{m} \quad [22]$$

En definitiva, la incorporación explícita de variables educativas y la consideración de una cierta desigualdad intrageneracional ha permitido que el modelo desarrollado en este trabajo suponga un cierto avance en el estudio de la ambigüedad del efecto que las variables demográficas ejercen sobre las económicas, una ambigüedad que tanto de la Croix y Licandro (1999) como López Díaz y Ridruejo (2003) detectaron en el estudio de las consecuencias que el envejecimiento ejercía sobre el crecimiento económico, y que en ambos casos hacían depender (entre otros factores) de la edad a la que los individuos finalizaban sus estudios y se incorporaban al mercado de trabajo.

En esta línea, el modelo aquí desarrollado confirma la ambigüedad del efecto que la prolongación de la etapa de formación ejerce sobre el capital humano, demuestra la existencia de un período de escolarización óptimo maximizador del capital humano agregado productivo de la economía, y determina las causas por las que el período de escolarización puede ser superior o inferior a dicho óptimo.

En este último sentido, se advierte que existen dos motivos que sitúan a los años de escolarización no obligatoria promedio s_m por debajo del óptimo s^* , uno de naturaleza individual y otro de carácter agregado. El primero, derivado del coste de oportunidad que lleva consigo la decisión de estudiar y que en el modelo se asocia al tipo de interés real. El segundo, consecuencia de la existencia de colectivos de trabajadores que durante el proceso de escolarización no pudieron desarrollar toda su capacidad de aprendizaje debido a la existencia de trabas derivadas, entre otras posibles causas, de la insuficiencia del gasto público en educación.

6. Conclusiones

Este artículo tiene como principal objetivo estudiar los determinantes de la duración de la etapa de formación no obligatoria, así como las condiciones bajo las cuales dicha etapa maximiza el capital agregado de la economía. Con esa finalidad se desarrolla inicialmente un modelo representativo de una economía en estado estacionario que, por un lado, está compuesta por individuos con un horizonte de vida finito e incierto, integrantes de generaciones que se solapan en el tiempo y que acumulan capital humano por medio del aprendizaje, y en la que por otro lado, existe un sector público garante de la viabilidad tanto del sistema educativo como del sistema de Seguridad Social basado en el reparto. El principal resultado obtenido es el hallazgo de un tiempo de formación en educación superior maximizador del capital humano agregado productivo, el cual se alcanzaría facilitando a todos los individuos la misma capacidad de acceso a los diferentes niveles de formación superior, y que dependería de la edad de jubilación, de la etapa de formación obligatoria, de la expectativa de vida y, finalmente, de factores vinculados con la posibilidad de desarrollar la capacidad de aprendizaje de los individuos.

Apéndices

A1. El comportamiento optimizador de los individuos

En el apartado denominado como sector privado se define el comportamiento de los individuos, el cual tiene distintos considerandos antes y después de jubilarse. Si analizamos el escenario de jubilación ($t \geq x+j$) el hamiltoniano que resume el comportamiento maximizador de los individuos es el siguiente:

$$\Gamma = \exp[-(m+r)(t-x)] \ln c(x, t) + \lambda(x, t)[(r+m)a(x, t) + p(x, t) - c(x, t)]$$

donde $\lambda(x, t)$ es la variable de coestado asociada a la variable de estado $a(x, t)$, y donde las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial c} = \frac{\exp[-(m+r)(t-x)]}{c(x, t)} - \lambda(x, t) = 0$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial a} = \lambda(x, t)(r+m) = -\dot{\lambda}(x, t)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(x, t)a(x, t) = 0$$

Despejando de la primera ecuación la expresión de $\lambda(x, t)$ y sustituyendo en la segunda, se obtiene:

$$\frac{\dot{c}(x, t)}{c(x, t)} = 0$$

A partir de

$$\dot{a}(x, t) = (r + m)a(x, t) + p(t) - c(x, t)$$

despejando $c(x, t)$ e integrando, se llega a:

$$\int_{x+j}^{\infty} c(x, t) \exp[-(m+r)(t-x-j)] dt = d(x, x+j) + a(x, x+j)$$

donde $d(x, x+j)$ representa el valor esperado de las pensiones futuras del individuo, valoradas al momento de la jubilación:

$$d(x, x+j) = \int_{x+j}^{\infty} p(t) \exp[-(m+r)(t-x-j)] dt$$

Teniendo en cuenta la constancia del consumo, se obtiene su valor:

$$c(x, t) = (r + m)[d(x, x+j) + a(x, x+j)]$$

Con lo que la utilidad que obtiene el individuo durante su vida de jubilado es:

$$\begin{aligned} U[a(x, x+j)] &= \int_{x+j}^{\infty} \exp[-(m+r)(t-x-j)] \ln [c(x, t)] dt \\ &= \frac{\ln [(r+m)[d(x, x+j) + a(x, x+j)]]}{r+m} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta este resultado, el problema de control óptimo que resume el comportamiento maximizador de los individuos antes de jubilarse y después de cursar la formación obligatoria ($x+b < t < x+j$) puede formularse como la maximización de la siguiente función objetivo:

$$\max \int_{x+b}^{x+j} \ln c(x, t) \exp[-(m+r)(t-x-b)] dt + U[a(x, x+j)] \exp[-(j-b)(m+r)]$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} \dot{a}(x, t) &= (r+m)a(x, t) + w(1-\tau-\varepsilon)(1-e(x, t))h(x, t) - c(x, t) \\ \dot{h}(x, t) &= \alpha e(x, t) h(x, t) \\ 0 &\leq e(x, t) \leq 1 \end{aligned}$$

y dadas $a(x, x)$ y $h(x, x)$. El Lagrangiano asociado a este problema de optimización es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \ln c(x, t) \exp[-(m + r)(t - x - b)] \\ & + \lambda(x, t) [(r + m)a(x, t) + w(1 - \tau - \varepsilon)(1 - e(x, t))h(x, t) - c(x, t)] \\ & + \eta(x, t) [\alpha e(x, t) h(x, t)] + \phi_1(x, t)e(x, t) + \phi_2(x, t)(1 - e(x, t)) \end{aligned}$$

donde como antes $\lambda(x, t)$ es la variable de coestado asociada a la variable de estado $a(x, t)$, y donde $\eta(x, t)$ es la variable de coestado asociada a la variable de estado $h(x, t)$, y siendo $\phi_1(x, t)$ y $\phi_2(x, t)$ los multiplicadores de Lagrange asociados a la acotación de la variable de control $e(x, t)$. Aplicando las técnicas habituales de resolución se obtienen como condiciones de primer orden las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = \frac{\exp[-(m + r)(t - x - b)]}{c(x, t)} - \lambda(x, t) = 0 \tag{A1.1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} = -\lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon)(1 - e(x, t))h(x, t) + \tag{A1.2}$$

$$\begin{aligned} & + \eta(x, t)\alpha h(x, t) + \phi_1(x, t) - \phi_2(x, t) = 0 \\ & 0 = \phi_1(x, t)e(x, t) \quad , \quad \phi_1(x, t) \geq 0 \end{aligned} \tag{A1.3}$$

$$0 = \phi_2(x, t)(1 - e(x, t)) \quad , \quad \phi_2(x, t) \geq 0 \tag{A1.4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = \lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon)(1 - e(x, t)) + \eta(x, t)\alpha e(x, t) = -\dot{\eta}(x, t) \tag{A1.5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a} = \lambda(x, t)(r + m) = -\dot{\lambda}(x, t) \tag{A1.6}$$

$$\lambda(x, x + j) = \frac{\partial U[a(x, x + j)] \exp[-(j - b)(m + r)]}{\partial a(x, x + j)} \tag{A1.7}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{\exp[-(j - b)(m + r)]}{(r + m)[d(x, x + j) + a(x, x + j)]} \\ & \eta(x, x + j) = 0 \end{aligned} \tag{A1.8}$$

Integrando la ecuación diferencial [A1.6], y utilizando la condición final [A1.7], se obtiene:

$$\lambda(x, t) = \frac{1}{\exp[(m + r)(t - x - b)](r + m)[d(x, x + j) + a(x, x + j)]} \tag{A1.9}$$

Despejando $\lambda(x, t)$ en [A1.1] y sustituyendo en [A1.6] se obtiene:

$$\frac{\dot{c}(x, t)}{c(x, t)} = 0 \quad [\text{A1.10}]$$

De [A1.9] y [A1.10] se llega a:

$$c(x, t) = (r + m)(d(x, x + j) + a(x, x + j)) \quad [\text{A1.11}]$$

Por otro lado, de [A1.2], [A1.3] y [A1.4] se deduce que si:

$$\begin{aligned} \lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon) < \eta(x, t)\alpha &\rightarrow e^* = 1 \\ \lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon) > \eta(x, t)\alpha &\rightarrow e^* = 0 \\ \lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon) = \eta(x, t)\alpha &\rightarrow \text{no depende de } e \end{aligned} \quad [\text{A1.12}]$$

donde $\eta(x, t)\alpha$ representa el valor marginal de producir una unidad de capital humano, y $\lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon)$ el valor marginal de emplear ese capital humano en la producción de capital físico. A este respecto, como a partir de [A1.7] y [A1.9] se deduce que en el momento $x + j$ sucede que $\lambda(x, x + j)w(1 - \tau - \varepsilon) > \eta(x, x + j)\alpha = 0$, en base a [A1.12] se deriva que en ese instante $e^* = 0$.

Si por otro lado definimos $x + b + s$ como el mayor instante para el que $\lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon) \leq \eta(x, t)\alpha$, es decir, el momento a partir del cual el individuo trabaja, entonces se cumple que:

$$\begin{aligned} t \in (x + b + s, x + j] &\rightarrow e^* = 0 \\ t \in (x + b, x + b + s] &\rightarrow e^* = 1 \end{aligned}$$

En consecuencia, a partir de [A1.5], cuando $t \in (x + b + s, x + j]$:

$$\lambda(x, t)w(1 - \tau - \varepsilon) = -\dot{\eta}(x, t) \quad [\text{A1.13}]$$

Integrando en [A1.13], y utilizando [A1.9] y [A1.8], se obtiene:

$$\eta(x, t) = \frac{w(1 - \tau - \varepsilon) [\exp[-(t - x)(m + r)] - \exp[-(j - b)(m + r)]]}{(r + m)^2 [d(x, x + j) + a(x, x + j)]} \quad [\text{A1.14}]$$

Por [A1.12], como en el instante $x + b + s$ sucede que el valor marginal de producir una unidad adicional de capital humano $\eta(x, x + b + s)\alpha$ coincide con el valor marginal de utilizar ese capital humano en la producción de capital físico $\lambda(x, x + b + s)w(1 - \tau - \varepsilon)$, operando en [A1.9] y [A1.14] se obtiene:

$$r + m = \alpha(1 - \exp[-(r + m)(j - b - s)]) \quad [\text{A1.15}]$$

Esta ecuación expresaría que en el instante $x + b + s$ el valor marginal de la riqueza invertida en capital físico (a la izquierda) coincide con el valor marginal de la riqueza invertida en capital humano (a la derecha). Finalmente, operando en [A1.15] se obtiene la expresión de la extensión de la etapa de educación superior no obligatoria s :

$$s = j - b + \frac{\log\left[1 - \frac{r+m}{\alpha}\right]}{r + m} \quad [\text{A1.16}]$$

A2. Los datos

El presente apéndice tiene como finalidad facilitar intuitivamente evidencia empírica de la influencia que los diferentes considerandos demográficos y educativos ejercen sobre la decisión de prolongar la duración del período de formación de los individuos.

A este respecto, los tres cuadros siguientes proporcionan la duración del período de escolarización promedio ($b + s$) de un total de 75 países, para lo cual se ha elegido el número medio de años de estudio de la población entre 25 y 64 años de cada país en el año 2000, una información extraída de Cohen y Soto (2001), cuya base de datos tiene a su favor tanto el empleo de información muy fiable (proveniente de los respectivos censos nacionales), como la amplitud del número de países considerados.

La esperanza de vida $1/m$, se ha obtenido como la media de los valores quinquenales que proporciona el Banco Mundial para los últimos veinte años.

El número de años de enseñanza obligatoria b , se encontró en la base de datos on-line de la UNESCO.

La edad legal de jubilación j , se obtuvo en la base de datos on-line de la U. S. Social Security Administration (en aquellos países en los que existe diferencias para hombres y mujeres se eligió el dato correspondiente a los hombres).

Finalmente, para el gasto en educación G , se empleó el gasto público (en todas las etapas educativas) medido como porcentaje del PIB, utilizándose la media de los últimos quince años a partir de los datos que proporciona el Banco Mundial.

CUADRO A2.1
Los 25 países con el período de escolarización más elevado

	$b + s$	b	j	$1/m$	G
Reino Unido	13,12	11	65	75,59	4,98
Australia	13,09	11	65	76,80	5,07
Canadá	13,07	10	65	77,08	6,40
Alemania	12,95	12	65	75,11	4,67
Suiza	12,73	9	65	77,62	5,23
Estados Unidos	12,63	10	65	75,22	5,00
Japón	12,61	9	65	78,57	4,17
Corea Sur	12,34	9	60	70,14	3,73
Dinamarca	12,20	9	67	75,03	7,12
Nueva Zelanda	12,09	11	65	75,54	5,90
Suecia	11,72	9	65	77,67	7,31
Finlandia	11,68	9	65	75,28	5,94
Austria	11,43	9	65	75,53	5,50
Holanda	11,34	13	65	76,84	5,63
Hungría	10,87	10	62	69,87	5,37
Bélgica	10,84	12	65	75,96	4,63
Francia	10,73	10	60	76,56	5,64
Bulgaria	10,59	8	61	71,32	4,82
Italia	10,33	8	65	76,60	4,23
Jordania	10,28	10	60	69,04	7,69
Irlanda	10,17	9	65	74,58	5,12
Rumanía	10,00	8	65	69,57	2,77
Chile	9,94	8	65	73,08	3,10
Grecia	9,90	9	65	76,36	2,55
Trinidad Tobago	9,60	7	60	70,74	4,35
Media	11,45	9,60	64,00	74,63	5,08

Fuente: Cohen y Soto (2001), UNESCO, Banco Mundial, U. S. Social Security Administration y elaboración propia.

Leyenda: $b + s$: período de escolarización (años); b : período de escolarización obligatorio (años); j : edad de jubilación (años); $1/m$: esperanza de vida (años); G : gasto en educación (porcentaje del PIB).

CUADRO A2.2
Los 25 países intermedios

	$b + s$	b	j	$1/m$	G
España	9,50	10	65	76,69	3,99
Malasia	9,31	9	55	70,11	5,16
Chipre	8,87	9	65	76,42	3,85
Jamaica	8,66	6	65	73,13	4,88
Panamá	8,56	6	62	72,41	4,68
Guyana	8,51	8	60	62,67	5,12
Uruguay	8,36	6	60	72,49	2,61
Perú	8,32	6	65	65,32	3,03
Argentina	8,30	8	64	71,70	2,38
Zimbawe	8,29	8	60	51,27	7,67
Ecuador	8,22	10	55	66,67	3,16
Bolivia	8,09	8	65	57,86	3,31
Fiji	8,00	8	55	66,75	5,25
Mejico	7,95	6	65	70,30	4,00
Filipinas	7,94	6	60	65,48	2,41
Mauritania	7,59	7	60	69,10	3,76
Tailandia	7,51	6	55	67,14	3,77
Sudáfrica	7,35	9	65	56,86	5,75
Portugal	7,28	9	65	73,78	4,29
Indonesia	7,25	9	55	61,06	1,21
Colombia	7,13	5	60	68,57	2,74
Siria	7,09	6	60	66,00	4,42
Egipto	6,76	8	60	62,08	4,74
Costa Rica	6,72	10	61	75,24	4,00
Paraguay	6,59	6	60	68,38	1,99
Media	7,93	7,56	60,88	67,50	3,93

Fuente: Cohen y Soto (2001), UNESCO, Banco Mundial, U. S. Social Security Administration y elaboración propia.

Legenda: $b + s$: período de escolarización (años); b : período de escolarización obligatorio (años); j : edad de jubilación (años); $1/m$: esperanza de vida (años); G : gasto en educación (porcentaje del PIB).

CUADRO A2.3
Los 25 países con el período de escolarización más bajo

	$b + s$	b	j	$1/m$	G
Venezuela	6,26	10	60	71,03	4,34
Turquía	6,25	8	55	65,80	2,07
Iraq	6,11	6	60	61,40	3,04
Zambia	6,10	7	55	46,65	2,87
Kenia	6,06	8	55	53,66	6,44
China	5,96	9	60	68,74	2,36
Re. Dom.	5,88	9	60	65,42	1,56
Irán	5,34	5	60	64,09	3,93
Honduras	5,32	6	65	63,84	3,83
Ghana	5,26	8	60	56,32	3,48
Salvador	5,10	9	60	64,45	2,31
Guatemala	4,84	6	60	61,33	1,53
Camerún	4,65	6	60	52,04	2,90
Túnez	4,44	11	60	68,27	6,00
India	4,34	8	55	58,82	3,34
Madagas.	3,71	6	60	52,68	2,29
Haiti	3,60	6	55	52,61	1,30
Marruec	3,58	6	60	63,14	5,61
Cote d'Iv.	3,18	6	55	48,63	6,13
A. Central	2,87	6	55	46,06	2,10
Senegal	2,56	6	55	49,24	3,89
Burundi	2,04	6	55	44,24	3,63
Etiopía	1,93	6	55	43,38	3,45
Mali	1,14	9	55	43,73	2,62
Bur. Faso	0,93	7	55	44,87	2,06
Media	4,30	7,20	57,80	56,42	3,32

Fuente: Cohen y Soto (2001), UNESCO, Banco Mundial, U. S. Social Security Administration y elaboración propia.

Legenda: $b + s$: período de escolarización (años); b : período de escolarización obligatorio (años); j : edad de jubilación (años); $1/m$: esperanza de vida (años); G : gasto en educación (porcentaje del PIB).

De su observación se deduce que los países con un mayor período de escolarización promedio ($b + s$) son aquellos con la etapa de formación obligatoria (b) más larga, con la edad de jubilación (j) más elevada, con la mayor esperanza de vida ($1/m$) y con el mayor gasto en educación (G).

Referencias

- Banco Mundial (2003), *World Development Indicators CD-ROM*, Banco Mundial.
- Ben-Porath, Y. (1967): “The production of human capital and the life cycle of earnings”, *Journal of Political Economy* 75, pp. 352-365.
- Blanchard, O. (1985): “Debts, deficits and finite horizons”, *Journal of Political Economy* 93, pp. 223-247.
- Boucekkine, R., De la Croix, D. y O. Licandro (2002): “Vintage human capital, demographic trends and endogenous growth”, *Journal of Economic Theory* 104, pp. 340-375.
- Cohen, D. y Soto, M. (2001): “Growth and human capital: good data, good results”, *OCDE Technical Papers* 179.
- De la Croix, D. y O. Licandro (1999): “Life expectancy and endogenous growth”, *Economics Letters* 65, pp. 255-263.
- López Díaz, J. y Z. J. Ridruejo (2003): “Pensiones, crecimiento económico y envejecimiento poblacional”, *Investigaciones Económicas* 27, pp 343-368.
- Lucas, R. E. (1988): “On the mechanics of economics development”, *Journal of Monetary Economics* 22, pp. 3-42.
- U. S. Social Security Administration (2004), *Social Security throughout the world*, U. S. Social Security Administration, www.ssa.gov.
- UNESCO (2004), *Education Statistics*, UNESCO Institute for Statistics, www.uis.unesco.org.

Abstract

In this paper, an overlapping generations model is developed in order to analyse the reasons why the population keeps on studying after ending compulsory schooling. It is a model with a public sector running a public education system and a pay-as-you-go social security system. The main result is the existence of an optimal duration of higher education that maximizes the aggregate human capital of the economy. It depends on the age of retirement, life expectancy, and other factors such as expenditure in education that could improve the learning capacity of individuals.

Keywords: Schooling, human capital, overlapping generations.

Recepción del original, marzo de 2004

Versión final, abril de 2005